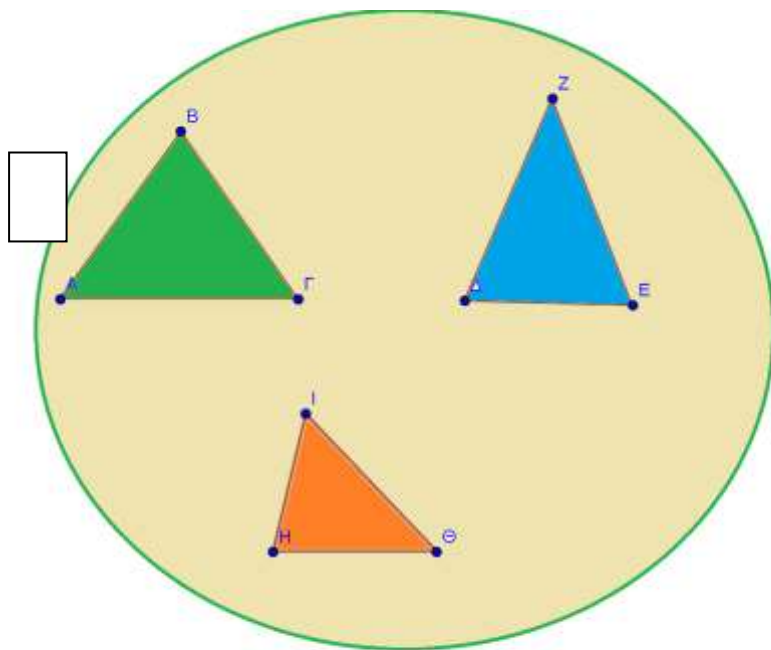


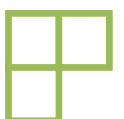
2015

Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου

Άλγεβρα – Γεωμετρία



Τασιάννα Ανδριοπούλου
Μαθηματικός



Άλγεβρα

ΦΥΣΙΚΟΙ ΚΑΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ:

Φυσικοί Αριθμοί : 0,1,2,3,....

Συμβολίζονται : $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$

με το 2 (2,4,6,... συμβ. $2n$)

Φυσικοί $\mathbb{N}$

Άρτιοι: λέγονται οι φυσικοί που διαιρούνται

Περιττοί: λέγονται οι αριθμοί που δεν

διαιρούνται με το 2 (1,3,5,... συμβ. $2n+1$)

Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης

Ψηφία : 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9

Οποιοσδήποτε αριθμός γράφεται ως συνδυασμός αυτών των ψηφίων



Σύγκριση αριθμών :

$\alpha = \beta$ « ο α είναι ίσος με τον β »

$\alpha < \beta$ « ο α είναι μικρότερος του β »

$\alpha > \beta$ « ο α είναι μεγαλύτερος του β »

στρογγυλοποίηση αριθμών :

Για να στρογγυλοποιήσουμε έναν φυσικό αριθμό

- Προσδιορίζουμε την τάξη ως προς την οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση
- Εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης
 -  Αν είναι μικρότερο του 5 , αντικαθιστούμε το ψηφίο αυτό και τα επόμενα με 0
 -  Αν είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 5 , το ψηφίο αυτό και τα επόμενα μηδενίζονται και το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης αυξάνει κατά 1

Παράδειγμα :

Να στρογγυλοποιηθεί ο αριθμός 1.456 στις εκατοντάδες

Λύση:

1.456

Το ψηφίο των εκατοντάδων : 4

Επόμενο ψηφίο : 5 ίσο με το 5

Άρα το 4 γίνεται 5 και όλα τα επόμενα 0

1.500

Ασκήσεις

1. Συμπληρώστε τα κενά των παρακάτω προτάσεων με το κατάλληλο σύμβολο ($<$, $>$, $=$)
 - (a) 360 306
 - (b) 30 30
 - (c) 256 257
 - (d) 5001 5003
 - (e) 467.281 467.288
 - (f) 3.785 3.785
2. Να στρογγυλοποιήσετε τους παρακάτω αριθμούς στην πλησιέστερη δεκάδα
 - i. 238
 - ii. 175
 - iii. 496
 - iv. 103
3. Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 859.736 στην πλησιέστερη
 - i. Δεκάδα
 - ii. Εκατοντάδα
 - iii. χιλιάδα
 - iv. Δεκάδα χιλιάδα
4. Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 1.356.984 στην πλησιέστερη
 - ii. Δεκάδα
 - iii. Εκατοντάδα
 - iv. χιλιάδα
 - v. Δεκάδα χιλιάδα
5. Να βρείτε τους τριψήφιους φυσικούς αριθμούς που όταν στρογγυλοποιηθούν στη πλησιέστερη δεκάδα γίνονται 180
6. Να βρείτε τους τριψήφιους αριθμούς που όταν στρογγυλοποιηθούν στην πλησιέστερη δεκάδα γίνονται ίσοι με το 1000

Πράξεις μεταξύ φυσικών αριθμών

Πρόσθεση:

$$\alpha + \beta = \gamma$$


προσθετέοι άθροισμα

ιδιότητες πρόσθεσης

1. $\alpha + \beta = \beta + \alpha$ Αντιμεταθετική ιδιότητα
2. $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$ προσεταιριστική ιδιότητα
3. $\alpha + 0 = \alpha$ το 0 είναι το ουδέτερο στοιχείο της πρόσθεσης

➤ Αφαίρεση :

Μειωτέος - Αφαιρετέο = Διαφορά

$$M - A = \Delta, \quad M > A$$

Πολλαπλασιασμός :

$$\alpha \cdot \beta = \gamma$$


παράγοντες γινόμενο

ιδιότητες πολλαπλασιασμού

1. $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$ αντιμεταθετική ιδιότητα
2. $\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$ προσεταιριστική ιδιότητα
3. $\alpha \cdot 1 = \alpha$ το 1 είναι το ουδέτερο στοιχείο του πολλαπλασιασμού
4. $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$ επιμεριστική ιδιότητα
5. $\alpha \cdot 0 = 0$

➤ Δυνάμεις

Δύναμη με βάση τον φυσικό αριθμό α και εκθέτη τον φυσικό αριθμό n είναι ένα γινόμενο από n παράγοντες ίσους με α

$$\alpha^n = \alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha$$

1. $\alpha^0 = 1$
2. $1^\alpha = 1$
3. $\alpha^1 = \alpha$

Προτεραιότητα πράξεων :

Σε μια παράσταση που δεν έχει παρενθέσεις η σειρά των πράξεων έχει ως εξής:

1^ον γίνονται οι δυνάμεις

2^ον οι πολλαπλασιασμοί και οι διαιρέσεις με τη σειρά που σημειώνονται

3^ον οι προσθέσεις και οι αφαιρέσεις με τη σειρά που σημειώνονται

Αν υπάρχουν παρενθέσεις

Γίνονται πρώτα οι πράξεις μέσα στις παρενθέσεις με τη σειρά που ειπώθηκε

Ασκήσεις

1. Να γίνουν οι πράξεις

i. $2+45$

ii. $43-9$

iii. $56+34-40$

iv. $4+6-7$

2. Να γίνουν οι πράξεις

i. $65+38+35$

ii. $134+25+66$

iii. $45+76+55+24$

iv. $148+275+52+25$

3. Να αντικαταστήσετε τις τελείες με τα κατάλληλα ψηφία ώστε να προκύψουν σωστά αθροίσματα:

i.
$$\begin{array}{r} 34_7 \\ + 28_ \\ \hline \end{array}$$

ii.
$$\begin{array}{r} _35_ \\ + 7_21 \\ \hline \end{array}$$

4. Να γίνουν οι πράξεις

i. $354-285$

ii. $2.305-789$

iii. $13.270-8.371$

iv. $10.500-7.831$

5. Να γίνουν οι πράξεις :

i. $(13-7)+2$

ii. $12-(6-4)$

iii. $15+(6-4)-(9-5)$

iv. $23 + [7 - (6 - 4)]$

6. Να γίνουν οι πράξεις :

i. $235 \cdot 10$

ii. $45 \cdot 100$

iii. $123 \cdot 400$

7. Να γίνουν οι πράξεις

i. $5 \cdot (7 + 3) - 12$

ii. $(12 - 8) \cdot 6 - 5 \cdot (7 - 3)$

iii. $(16 - 4) \cdot (8 - 3)$

8. Να γίνουν οι πράξεις

i. $4 \cdot 5 + 2 \cdot (10 - 6) - (8 - 5) \cdot 6$

ii. $10 \cdot (11 - 7) - 3 \cdot 2 - (14 - 11) \cdot (13 - 12)$

iii. $3 \cdot (10 - 7 + 2) - 2345 \cdot (18 - 5 - 13)$

iv. $17 - 6 - (15 - 3 \cdot 4) \cdot 3$

v. $34 - 4 \cdot (5 \cdot 6 - 3 \cdot 9 + 2)$

vi. $12 - (9 - 3 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 4 - 16)$

vii. $17 - [18 - (8 - 3 \cdot 2)]$

viii. $5 \cdot 8 - 3 \cdot [6 \cdot 4 - (7 \cdot 4 - 11)]$

9. Να γίνουν οι πράξεις

i. $2 \cdot 3 + 2 \cdot 8$

ii. $4 \cdot 2014 + 6 \cdot 2014$

iii. $38 \cdot 16 - 38 \cdot 6$

iv. $74 \cdot 138 - 74 \cdot 38$

10. Να υπολογίσετε τα γινόμενα χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα

i) $16 \cdot 9$ ii) $47 \cdot 9$ iii) $34 \cdot 99$ iv) $23 \cdot 98$ v) $76 \cdot 99$ vi) $57 \cdot 990$ vii) $23 \cdot$

11 viii) $32 \cdot 12$ ix) $18 \cdot 111$

11. Να γράψετε με μορφή δυνάμεων τα γινόμενα :

i. $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

ii. $\lambda \cdot \lambda \cdot \lambda \cdot \lambda \cdot \lambda \cdot \lambda \cdot \lambda \cdot \lambda$

iii. $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

iv. $\chi \cdot \chi \cdot \chi \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \omega \cdot \omega \cdot \omega \cdot \omega \cdot \omega$

12. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις :

- i. $5 + 4^2 - 2 \cdot 6$
- ii. $2 \cdot 3^3 - 2^2 \cdot 6$
- iii. $4 \cdot 2^3 - 2 \cdot 3^2$
- iv. $4^3 - 5 \cdot 2^3 + 3^2 \cdot 2^3$

13. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις :

- i. $2^3 \cdot (2^5 - 7 \cdot 4)$
- ii. $(5^2 - 4^2) \cdot (3^3 - 2 \cdot 3^2)$
- iii. $6 \cdot (3 \cdot 2^2 - 3^2) - (2^3 \cdot 3 - 3^2 \cdot 2)$
- iv. $3^4 - (3 \cdot 2^5 - 5 \cdot 2^3 - 2 \cdot 3^3)^6$

14. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις :

- i. $3 \cdot (2^2 + 2^3) - (3 \cdot 2^4 - 2 \cdot 3^2)$
- ii. $2 \cdot (3^2 + 2^3) - 3 \cdot (1^7 + 2^2) - (3 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2)$
- iii. $(5^2 + 2^4) \cdot 2 - 6 \cdot (11 - 2^3)$
- iv. $3^4 - 2^4 - (3^2 - 2^2) \cdot (3^2 + 2^2)$

15. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις :

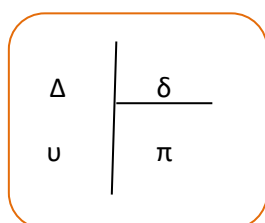
- i. $(12 - 2^3) \cdot (3^2 \cdot 12 - 2^3 \cdot 11 - 2 \cdot 7)$
- ii. $(3 \cdot 6 - 2^4) \cdot (3 \cdot 2^4 + 3^3 - 2 \cdot 5^2)$
- iii. $10^2 - [2^4 \cdot 3^2 - 5 \cdot 13 - 3 \cdot (3^2 - 2 \cdot 3)]$
- iv. $3^4 - 5 \cdot [6^2 - 4 \cdot (3^2 - 1^5)]^2$

Ευκλείδεια διαίρεση

Ευκλείδεια διαίρεση είναι η διαδικασία που όταν δοθούν δύο φυσικοί αριθμοί Δ και δ , τότε βρίσκουμε δύο άλλους φυσικούς αριθμούς π και υ , ώστε να ισχύει $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$

- Δ λέγεται διαιρετέος
- δ λέγεται διαιρέτης
- Το π λέγεται πηλίκο
- Το υ λέγεται υπόλοιπο

Για το υπόλοιπο ισχύει ότι $0 \leq \upsilon < \delta$



Παρατήρηση:

1. Αν το υπόλοιπο μιας διαίρεσης είναι ίσο με το 0 τότε η διαίρεση λέγεται τέλεια
2. Η διαίρεση ενός αριθμού με το 0 δεν έχει νόημα
3. Μια ισότητα της μορφής $\kappa = \lambda \cdot \mu + \nu$ παριστάνει ευκλείδεια διαίρεση όταν το ν είναι μικρότερος από έναν τουλάχιστον από τους λ και μ
4. $\alpha : 1 = \alpha$
5. $\alpha : \alpha = 1$
6. $0 : \alpha = 0$

Ασκήσεις

1. Να κάνετε τις παρακάτω ευκλείδειες διαιρέσεις καθώς και την επαλήθευσή τους
 - a) $52:8$
 - b) $82:4$
 - c) $456:7$
 - d) $741:9$
 - e) $108:13$
 - f) $3.057:76$
2. Να εξετάσετε ποιες από τις επόμενες ισότητες εκφράζουν ευκλείδειες διαιρέσεις και να γράψετε το αντίστοιχο πηλίκο
 - a) $93 = 8 \cdot 10 + 13$
 - b) $46 = 5 \cdot 8 + 6$
 - c) $57 = 7 \cdot 8 + 1$
 - d) $98 = 10 \cdot 9 + 8$
 - e) $38 = 3 \cdot 10 + 8$
 - f) $306 = 17 \cdot 18$
 - g) $143 = 11 \cdot 12 + 11$
3. Αν α είναι φυσικός αριθμός , να βρείτε ποια μπορεί να είναι τα υπόλοιπα των διαιρέσεων
 - a) $\alpha:2$
 - b) $\alpha:3$
 - c) $\alpha:4$
 - d) $\alpha:5$
 - e) $\alpha:9$
4. Να βρείτε έναν αριθμό ο οποίος
 - a) όταν διαιρεθεί με το 8 , δίνει πηλίκο 11 και υπόλοιπο 5
 - b) Όταν διαιρεθεί με το 9 δίνει πηλίκο 8 και υπόλοιπο 8
 - c) Όταν διαιρεθεί με το 15 δίνει πηλίκο 32 και υπόλοιπο 11
5. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις :

- a) $45 - 15:3 + 2 \cdot 5$
- b) $6^2:4 - 4^2:8$
- c) $54:3^3 + 56:2^3 - 20:5$
- d) $4^2:2^3 + 12^2:6 - 48:3 - 5 \cdot 2$

6. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις :

- a) $6 \cdot 2 + 30:2 - 12:3$
- b) $(2 \cdot 3 - 12:6):2 + 18:6$
- c) $6^2:4 + 40:2^3 - 6 \cdot (18:9)$
- d) $(2 \cdot 3 + 10:5):2 - 12:(3 \cdot 7 - 17)$

7. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

- a) $30:3 - (9 - 2^3 + 24:6)$
- b) $(12 - 8:2):(3 \cdot 5 - 3^2 - 36:9)$
- c) $8^2:(3^2 + 7) + 7^2:(9^2 - 2^5) + (100:4 - 5^2):567$
- d) $(7 \cdot 8 - 3 \cdot 2^4)^2:(6^2:9 - 34:17)^4$

8. Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων :

- a) $[(2^3 - 4):2 + 5 \cdot 2]:4$
- b) $18:[(3^2 \cdot 2 - 2 \cdot 5):4 + (9 - 2^2):5]$
- c) $26:[(3 \cdot 2 - 2^2)^2 \cdot 3 + (7^2 - 2^2 \cdot 10):9]$

9. Ένας πατατοπαραγωγός έχει στην αποθήκη του 250 κιλά πατάτες . Θέλει να τις βάλει σε σακιά που το καθένα χωράει 12 κιλά

- a) Πόσα σακιά θα γεμίσει ;
- b) Πόσα κιλά πατάτες θα περισσέψουν;
- c) Πόσα σακιά θα χρειαστεί για να μεταφέρει όλες τις πατάτες στη λαϊκή αγορά;

10.Αγόρασε κάποιος ηλεκτρικές συσκευές αντί 10.870 ευρώ με τη συμφωνία να πληρώσει αμέσως 2.500 ευρώ και τα υπόλοιπα χρήματα να τα δώσει σε μηνιαίες δόσεις

- a) Να βρείτε πόσα ευρώ θα είναι η κάθε δόση , αν συμφωνήθηκε να εξοφλήσει σε 5 μήνες
- b) Αν κάθε δόση συμφωνήθηκε να είναι 930 ευρώ και μετά από 8 μηνιαίες δόσεις θέλει να εξοφλήσει , το χρέος του , πόσα χρήματα οφείλει ακόμα;

11.Αν σήμερα είναι Σάββατο τι μέρα θα είναι μετά από :

- a) 147 ημέρες
- b) 220 ημέρες

Κριτήρια διαιρετότητας

Πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού : είναι οι αριθμοί που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του με όλους τους φυσικούς αριθμούς $0, \alpha, 2\alpha, 3\alpha, \dots$

✚ Ο αριθμός α διαιρεί έναν αριθμό όταν η διαίρεση είναι τέλεια

Άρα κάθε αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσιά του

Ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π) : δυο ή περισσότερων αριθμών είναι το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια που δεν είναι μηδέν

Παρατήρηση:

✚ Διαιρέτες ενός αριθμού : λέγονται οι αριθμοί που τον διαιρούν

✚ Κάθε αριθμός α : έχει διαιρέτες το α και το 1

Πρώτοι και σύνθετοι

Πρώτος : λέγεται ο αριθμός που διαιρείται μόνο από τη μονάδα και τον εαυτό του

Σύνθετος: οποιοσδήποτε άλλος αριθμός

Μέγιστος κοινός διαιρέτης : (Μ.Κ.Δ) των α και β λέγεται ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες των α και β

Συμβολίζεται Μ.Κ.Δ(α, β)

Παρατήρηση :

Δύο αριθμοί α, β λέγονται πρώτοι μεταξύ τους όταν Μ.Κ.Δ(α, β)=1

Κριτήρια διαιρετότητας

✚ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 10, 100, 1000, ... όταν λήγει σε ένα, δύο, τρία, ... μηδενικά αντίστοιχα

✚ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2 όταν λήγει σε 0, 2, 4, 6, 8

✚ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5 αν τελειώνει σε 0 ή 5

✚ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9 αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3 ή το 9 αντίστοιχα

✚ Ένας αριθμός διαιρείται με το 4 ή το 25 αν τα δύο τελευταία του ψηφία σχηματίζουν αριθμό που διαιρείται με το 4 ή το 25 αντίστοιχα

Ασκήσεις στα κριτήρια διαιρετότητας

1. Να γράψετε τα πολλαπλάσια του 5 που περιέχονται μεταξύ των αριθμών 17 και 34
2. Να βρείτε το ΕΚΠ(6,8) , ΕΚΠ(2,3), ΕΚΠ(11,12) , ΕΚΠ(6,18) , ΕΚΠ(3,4,5) , ΕΚΠ(2,5,7)
3. Ο Πέτρος με ύψος 190cm και η Χριστίνα με ύψος 160 cm περπατάνε μαζί . Ο Πέτρος έχει βήμα 80cm και η Χριστίνα 60 cm . Αν ξεκινήσουν την ίδια στιγμή μετά από πόσα βήματα θα συγχρονιστούν πάλι για πρώτη φορά ; πόσο διάστημα θα έχουν διανύσει ;
4. Να βρείτε τα λιγότερα τριαντάφυλλα που χρειαζόμαστε για να φτιάξουμε ανθοδέσμες με 5 ή 6 ή 8 τριαντάφυλλα και να μην περισσεύει κανένα;
5. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω προτάσεις:
 - (a) από τα κοινά πολλαπλάσια δύο αριθμών το μικρότερο Πολλαπλάσιο λέγεται Και συμβολίζεται
 - (b) οι αριθμοί που δεν έχουν άλλους κοινούς διαιρέτες εκτός από το 1 και τον εαυτό τους ονομάζονται
 - (c) οι αριθμοί που Δεν είναι πρώτοι ονομάζονται
 - (d) ο μεγαλύτερος από τους Διαιρέτες δυο αριθμών λέγεται και συμβολίζεται
6. Να βρεθεί το Ε.Κ.Π.(12 , 84)
7. Το Ε.Κ.Π.(3 , 12 , 18) είναι :
(a) 36 (b) 2 (c) 12 (d) 18
8. Να βρεθεί ο Μ.Κ.Δ.(15 , 30)
9. Ο Μ.Κ.Δ.(17 , 5) είναι:
(a) 5 (b) 17 (c) 10 (d) 1

10. Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες :

- (a) ο αριθμός 17 είναι σύνθετος
- (b) ο αριθμός 17 είναι πρώτος
- (c) ο αριθμός 16 είναι πρώτος
- (d) ο αριθμός 2 είναι σύνθετος
- (e) ο αριθμός 2 είναι ο μοναδικός άρτιος που είναι πρώτος

11. Ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι σύνθετοι;

- (a) 16 (b) 2 (c) 5 (d) 7 (e) 6 (f) 15

12. Ποιος από τους παρακάτω φυσικούς δεν διαιρείται με το 2;

- (a) 18 (b) 23 (c) 72 (d) 68

13. Ποιος από τους παρακάτω φυσικούς διαιρείται με το 3;

- (a) 23 (b) 72 (c) 13 (d) 41

14. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες :

- (a) Ο αριθμός 135 διαιρείται με το 5
- (b) Ο αριθμός 136 διαιρείται με το 9
- (c) Το Ε.Κ.Π.(4 , 10) είναι το 10
- (d) Το Ε.Κ.Π.(5 , 30) είναι το 30
- (e) Ο Μ.Κ.Δ.(12 , 15) είναι το 3

15. Να εξετασθεί ποιοι από τους παρακάτω φυσικούς είναι σύνθετοι και ποιοι πρώτοι:

(a) 60 (b) 2 (c) 92 (d) 5 (e) 25 (f) 31

οι σύνθετοι να αναλυθούν σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

16. Να συμπληρωθούν τα κενά των παρακάτω προτάσεων, οι λέξεις που λείπουν είναι ☹ (πολλαπλάσια, διαφορά, έναν, παραγόντων, διαιρεί, σύνθετος, διαιρείται, άθροισμα)

(a) Κάθε αριθμός αναλύεται κατά τρόπο σε γινόμενο πρώτων

(b) Κάθε φυσικός αριθμός τα πολλαπλάσια τους και κάθε φυσικός αριθμός που από έναν άλλο είναι πολλαπλάσιό του

(c) Αν ένας αριθμός διαιρεί έναν άλλο τότε διαιρεί και τα Του.

(d) Αν ένας αριθμός διαιρεί δυο άλλους αριθμούς τότε και το τους και τη τους .

17. Να υπολογιστούν οι τιμές των παρακάτω παραστάσεων

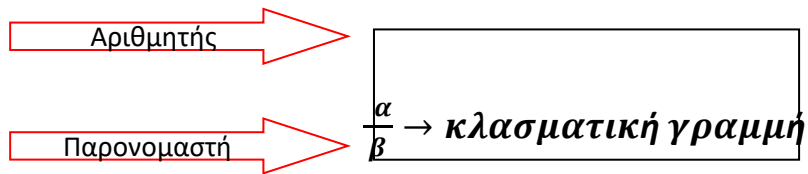
(a) $5 + 10 \cdot 2 - 7 \cdot 3 + 15 : 3 =$

(b) $(7 + 10) \cdot 3 + 15 : 5 - 2 \cdot 10 =$

(c) $15 : 5 + 3^2 \cdot 5 - 2^3$

18. Η μητέρα μιας πολύτεκνης οικογένειας αγοράζει για τα παιδιά της 16 ακτινίδια και 20 μήλα. Το κάθε παιδί παίρνει τον ίδιο αριθμό από φρούτα του κάθε είδους. Να βρεθεί πόσα παιδιά έχει η οικογένεια και πόσα φρούτα του κάθε είδους πήρε το κάθε παιδί.

Κλάσματα



- ✚ α, β : όροι του κλάσματος
- ✚ σε κάθε κλάσμα ο παρονομαστής πρέπει να είναι διάφορος του μηδενός $\beta \neq 0$
- ✚ το κλάσμα εκφράζει τη διαίρεση με διαιρετέο τον αριθμητή και διαιρέτη τον παρονομαστή

$$\frac{\alpha}{\beta} = \alpha : \beta$$

Ιδιότητες :

$$1. \frac{\alpha}{1} = \alpha$$

$$2. \frac{\alpha}{\alpha} = 1, \quad \alpha \neq 0$$

$$3. \frac{0}{\alpha} = 0, \quad \alpha \neq 0$$

Σύγκριση κλάσματος με τη μονάδα

- ένα κλάσμα είναι μεγαλύτερο από τη μονάδα όταν ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή

- ένα κλάσμα είναι μικρότερο από τη μονάδα όταν ο αριθμητής είναι μικρότερος από τον παρονομαστή

Βασικό παράδειγμα:

τα $\frac{3}{7}$ των μαθητών της Α' τάξης ενός Γυμνασίου, είναι 36 μαθητές. Να βρείτε πόσοι είναι όλοι οι μαθητές του γυμνασίου

Λύση:



Τα $\frac{3}{7}$ είναι 36 μαθητές



Το $\frac{1}{7}$ είναι $36:3 = 12$



Τα $\frac{7}{7}$ είναι $7 \cdot 12 = 84$ μαθητές

Ασκήσεις

1. Να βρείτε με ποιόν φυσικό αριθμό είναι ίσα τα παρακάτω κλάσματα :

$$\alpha) \frac{8}{2} \quad \beta) \frac{16}{4} \quad \gamma) \frac{18}{3} \quad \delta) \frac{40}{5} \quad \varepsilon) \frac{48}{6} \quad \sigma\tau) \frac{63}{7}$$

2. Να συγκρίνετε τα παρακάτω κλάσματα με τη μονάδα

$$\alpha) \frac{3}{5} \quad \beta) \frac{7}{8} \quad \gamma) \frac{18}{5} \quad \delta) \frac{12}{11} \quad \varepsilon) \frac{2014}{2014} \quad \sigma\tau) \frac{57}{58}$$

3. Σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις , να βάλετε τους αριθμούς σε αύξουσα σειρά :

$$\alpha) 1, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}$$

$$\beta) 1, \frac{7}{8}, \frac{12}{11}$$

$$\gamma) \frac{32}{29}, \frac{29}{32}, 1$$

4. Να βρείτε τα επόμενα μέρη :

$$\alpha) \text{ το } \frac{1}{2} \text{ του } 10 \quad \beta) \text{ το } \frac{1}{3} \text{ του } 24 \quad \gamma) \text{ το του } 48 \quad \delta) \text{ το } \frac{1}{100} \text{ του } 5700$$

5. Να βρείτε :

$$\alpha) \text{ το } \frac{1}{5} \text{ του } 40 \text{ και τα } \frac{3}{5} \text{ του } 40$$

$$\beta) \text{ το } \frac{1}{7} \text{ του } 56 \text{ και τα } \frac{5}{7} \text{ του } 56$$

$$\gamma) \text{ το } \frac{1}{4} \text{ του } 48 \text{ και τα } \frac{3}{4} \text{ του } 48$$

δ) το $\frac{1}{6}$ του 54 και τα $\frac{5}{6}$ του 54

6. Να βρείτε τα :

α) $\frac{2}{3}$ του 45

β) $\frac{4}{9}$ του 180

γ) τα $\frac{7}{10}$ του 240

7. Να βρείτε τα $\frac{3}{5}$ του αριθμού

$$A = 2^4 : 2^3 + 3 \cdot (7 - 3) + 5^2 - 3^2$$

8. Να βρείτε τα $\frac{2}{5}$ του αριθμού

$$B = 7 \cdot [2^3 + 2 \cdot (19 - 4^2)] + 3 \cdot (2^4 - 3 \cdot 2^2)$$

9. Να βρείτε :

- a) Ποιο μέρος της ώρας είναι τα 40 δευτερόλεπτα
- b) Ποιο μέρος της ημέρας είναι τα 30 λεπτά
- c) Ποιο μέρος της εβδομάδας είναι οι 11 ώρες

10. Να βρείτε :

- a) Πόσες ώρες είναι τα $\frac{5}{8}$ της ημέρας
- b) Πόσα εκατοστά είναι τα $\frac{3}{4}$ του μέτρου
- c) Πόσα γραμμάρια είναι τα $\frac{7}{10}$ του κιλού
- d) Πόσα δευτερόλεπτα είναι τα $\frac{3}{5}$ της ώρας

11. Μια θεατρική παράσταση την παρακολούθησαν 432 θεατές . Τα $\frac{3}{8}$ των θεατών ήταν άντρες , τα $\frac{5}{9}$ ήταν γυναίκες και οι υπόλοιποι είναι παιδιά . Να βρείτε πόσα παιδιά παρακολούθησαν την παράσταση
12. Τα $\frac{3}{8}$ των παιδιών μιας τάξης είναι αγόρια . Αν τα αγόρια είναι 9 να βρείτε πόσα είναι τα παιδιά της τάξης
13. Ο κύριος Γιάννης είχε στο πορτοφόλι του 150€ από αυτά έδωσε τα $\frac{2}{5}$ στον γιό του Κώστα . Ο Κώστας ξόδεψε τα $\frac{5}{6}$ των χρημάτων του . Να βρείτε πόσα χρήματα περίσσεψαν στον Κώστα .
14. Ένα κατάστημα κάνει έκπτωση στα προϊόντα του ίση με τα $\frac{3}{8}$ της αρχικής τους τιμής. Αν ένα προϊόν κοστίζει 40 € , να βρείτε :
- a) Πόσα ευρώ είναι η έκπτωση
 - b) Ποια είναι η τελική τιμή του προϊόντος
15. Τα $\frac{5}{6}$ των μαθητών μιας τάξης μιλάνε Αγγλικά και τα $\frac{7}{9}$ των μαθητών αυτής της τάξης μιλάνε Γαλλικά. Αν μιλάνε Αγγλικά 30 μαθητές να βρείτε πόσοι μαθητές μιλάνε Γαλλικά
16. Ο κύριος Γιώργος παίρνει μισθό 1.080€ . Του έγινε αύξηση ίση με τα $\frac{2}{15}$ του μισθού του . Αν κάθε μήνα πληρώνει τα $\frac{5}{12}$ του νέου μισθού του για το ενοίκιο του σπιτιού που μένει , να βρείτε πόσα χρήματα του περισσεύουν κάθε μήνα για να καλύψει τις υπόλοιπες ανάγκες του
17. Η Άννα αγόρασε $\frac{3}{4}$ του κιλού τυρί και πλήρωσε 12 €. Πόσα κιλά τυρί μπορεί να αγοράσει με 80€;
18. Τα $\frac{3}{4}$ του κιλού τυρί κοστίζουν 15€. Να βρείτε πόσο κοστίζουν τα $\frac{2}{5}$ κιλά τυρί.

19. Μια μπλούζα έχει αρχική τιμή 120€ και πωλείται με έκπτωση ίση με τα $\frac{2}{5}$ της αξίας της . ο Θοδωρής αυτή την μπλούζα με τα $\frac{9}{16}$ των χρημάτων που έχει στο πορτοφόλι του . Πόσα χρήματα είχε στο πορτοφόλι του ο Θοδωρής ;

Ισοδύναμα κλάσματα

Ισοδύναμα κλάσματα : είναι τα κλάσματα που εκφράζουν το ίδιο μέρος ενός μεγέθους

Πώς προκύπτουν ισοδύναμα κλάσματα;

Ισοδύναμα κλάσματα προκύπτουν :



Είτε πολλαπλασιάζοντας αριθμητή και παρονομαστή με τον ίδιο μη μηδενικό αριθμό ,



Είτε διαιρώντας αριθμητή και παρονομαστή με τον ίδιο μη μηδενικό αριθμό

Παράδειγμα :

Τα κλάσματα

$$\frac{2}{3} , \quad \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$$

Είναι ισοδύναμα

Όταν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα , τότε ισχύει :

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \alpha \cdot \delta = \gamma \cdot \beta \quad (\chi\iota\alpha\sigma\tau\acute{\iota})$$

Παράδειγμα :

Να ελέγξετε αν τα παρακάτω κλάσματα είναι ισοδύναμα

$$i) \frac{10}{12} \text{ και } \frac{15}{18}$$

$$ii) \frac{2}{7} \text{ και } \frac{5}{17}$$

Λύση :

i. Στα κλάσματα $\frac{10}{12}$ και $\frac{15}{18}$ τα χιαστί γινόμενα είναι $10 \cdot 18 = 180$ και $15 \cdot 12 = 180$.

Τα χιαστί γινόμενα είναι ίσα άρα τα κλάσματα είναι ισοδύναμα $\frac{10}{12} = \frac{15}{18}$

ii. Στα κλάσματα $\frac{2}{7}$ και $\frac{5}{17}$ τα χιαστί γινόμενα είναι $2 \cdot 17 = 34$ και $5 \cdot 7 = 35$

Τα χιαστί γινόμενα δεν είναι ίσα άρα τα κλάσματα δεν είναι ισοδύναμα

Απλοποίηση κλάσματος :

Ονομάζεται η μετατροπή του σε ισοδύναμο με όσο το δυνατόν μικρότερο παρονομαστή

Αυτό γίνεται ως εξής :



Βρίσκουμε τον Μ.Κ.Δ αριθμητή και παρονομαστή



Διαιρούμε αριθμητή και παρονομαστή με τον Μ.Κ.Δ

Παράδειγμα : Να απλοποιηθεί το κλάσμα :

$$\frac{18}{30}$$

$$\text{Μ.Κ.Δ}(18,30)=6$$

$$\frac{18}{30} = \frac{18:6}{30:6} = \frac{3}{5}$$

Ανάγωγο : λέγεται το κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί άλλο

Ομώνυμα : λέγονται τα κλάσματα που έχουν τον ίδιο παρονομαστή

Π.χ

$$\frac{3}{5} \text{ και } \frac{2}{5}$$

Ετερώνυμα : λέγονται τα κλάσματα που έχουν διαφορετικούς παρονομαστές

Π.χ

$$\frac{1}{5} \text{ και } \frac{6}{8}$$

Πως μετατρέπουμε ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα;



Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π των παρονομαστών



Πολλαπλασιάζουμε τους όρους κάθε κλάσματος με κατάλληλο αριθμό ώστε όλοι οι παρονομαστές να γίνουν ίσοι με το Ε.Κ.Π

Παράδειγμα :

Δίνονται τα κλάσματα : $\frac{5}{6}$ και $\frac{14}{16}$

- a) Τα παραπάνω κλάσματα είναι ομώνυμα ή ετερώνυμα;
- b) Να μετατρέψετε τα κλάσματα αυτά σε ομώνυμα

Λύση :

- a) Ετερώνυμα
- b) Παρατηρούμε ότι το κλάσμα $\frac{14}{16}$ μπορεί να απλοποιηθεί

$$\text{Μ.Κ.Δ}(14,16)=2$$

$$\frac{14}{16} = \frac{14:2}{16:2} = \frac{7}{8}$$

Έτσι λοιπόν έχουμε τα κλάσματα :

$$\frac{5}{6} \text{ και } \frac{7}{8}$$



$$\text{Ε.Κ.Π } (6,8)=24$$



Διαιρούμε το Ε.Κ.Π με τον κάθε παρονομαστή $24:6=8$ και $24:8=6$



Πολλαπλασιάζουμε τους όρους κάθε κλάσματος με τον αριθμό που βρήκαμε

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24} \quad \text{και} \quad \frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{21}{24}$$

Ασκήσεις στα ισοδύναμα κλάσματα

1. Να εξετάσετε ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι ισοδύναμα :

α) $\frac{2}{3}$ και $\frac{6}{9}$ β) $\frac{3}{4}$ και $\frac{15}{20}$ γ) $\frac{5}{7}$ και $\frac{25}{28}$ δ) $\frac{7}{9}$ και $\frac{21}{27}$ ε) $\frac{6}{10}$ και $\frac{18}{20}$ στ) $\frac{6}{14}$ και $\frac{27}{63}$ ζ) $\frac{15}{27}$ και $\frac{5}{9}$

2. Να εξετάσετε ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι ισοδύναμα :

α) $\frac{0}{2}$ και $\frac{0}{5}$ β) $\frac{8}{8}$ και $\frac{19}{19}$ γ) $\frac{0}{4}$ και $\frac{4}{4}$ δ) $\frac{2}{5}$ και $\frac{5}{2}$

3. Ο Πέτρος και ο Παύλος είναι αδέρφια . Η ηλικία του Πέτρου είναι ίση με τα $\frac{2}{5}$ της ηλικίας του πατέρα του .

Η ηλικία του Παύλου είναι ίση με τα $\frac{8}{20}$ της ηλικίας του πατέρα του . Να ελέγξετε αν τα δύο αδέρφια είναι δίδυμα.

4. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{18}{24}$ σε ισοδύναμο με :

- a) Αριθμητή το 6
- b) Αριθμητή το 36
- c) Παρονομαστή το 4
- d) Παρονομαστή το 96

5. Να μετατρέψετε το $\frac{8}{12}$ σε ισοδύναμο κλάσμα με :

- a) Αριθμητή το 2
- b) Αριθμητή το 24
- c) Παρονομαστή το 6
- d) Παρονομαστή το 30

6. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με παρονομαστή το 36

α) $\frac{2}{3}$ β) $\frac{1}{6}$ γ) $\frac{7}{9}$ δ) $\frac{22}{8}$ ε) $\frac{14}{24}$ στ) $\frac{15}{27}$

7. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα :

$$\alpha) \frac{9}{12} \quad \beta) \frac{8}{16} \quad \gamma) \frac{21}{27} \quad \delta) \frac{15}{45} \quad \varepsilon) \frac{42}{63} \quad \sigma\tau) \frac{48}{80} \quad \zeta) \frac{55}{95} \quad \eta) \frac{30}{120}$$

8. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα ανάγωγα:

$$\alpha) \frac{9}{18} \quad \beta) \frac{12}{16} \quad \gamma) \frac{18}{72} \quad \delta) \frac{70}{105} \quad \varepsilon) \frac{63}{72} \quad \sigma\tau) \frac{135}{55}$$

9. Να γίνουν ομώνυμα τα παρακάτω κλάσματα:

$$\alpha) \frac{2}{3} \text{ και } \frac{5}{9} \quad \beta) \frac{7}{12} \text{ και } \frac{19}{60} \quad \gamma) \frac{2}{15} \text{ και } \frac{11}{20} \quad \delta) \frac{1}{36} \text{ και } \frac{1}{48}$$

10. Να απλοποιήσετε όσα από τα παρακάτω κλάσματα δεν είναι ανάγωγα και στη συνέχεια να τα κάνετε ομώνυμα

$$\alpha) \frac{3}{4} \text{ και } \frac{3}{18} \quad \beta) \frac{1}{5} \text{ και } \frac{6}{20} \quad \gamma) \frac{15}{24} \text{ και } \frac{14}{32} \quad \delta) \frac{39}{45} \text{ και } \frac{44}{80}$$

11. Να κάνετε ομώνυμα τα παρακάτω κλάσματα:

$$\alpha) \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6} \quad \beta) \frac{1}{6}, \frac{5}{9}, \frac{7}{12} \quad \gamma) \frac{4}{15}, \frac{3}{20}, \frac{7}{25} \quad \delta) \frac{3}{4}, \frac{5}{12}, \frac{7}{20} \quad \varepsilon) \frac{25}{60}, \frac{6}{32}, \frac{5}{18}$$

12. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα :

$$\alpha) \frac{8+4}{6+4} \quad \beta) \frac{8-5}{9-5} \quad \gamma) \frac{12-4}{10-4} \quad \delta) \frac{18+6}{12+6} \quad \varepsilon) \frac{45-9}{39+9}$$

13. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα :

$$\alpha) \frac{7 \cdot 9}{7 \cdot 15} \quad \beta) \frac{14 \cdot 13}{22 \cdot 13} \quad \gamma) \frac{19 \cdot 25}{19 \cdot 40} \quad \delta) \frac{17 \cdot 24}{6 \cdot 17} \quad \varepsilon) \frac{23 \cdot 12}{18 \cdot 23}$$

14. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

$$\alpha) \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{2^2 \cdot 5} \quad \beta) \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 7}{2^2 \cdot 3^2} \quad \gamma) \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^3 \cdot 3 \cdot 5}$$

Σύγκριση κλασμάτων



Όταν δύο κλάσματα είναι **ομώνυμα**, μεγαλύτερο είναι αυτό που έχει τον μεγαλύτερο παρονομαστή

Παράδειγμα :

$$\frac{2}{3} < \frac{5}{3}$$



Όταν δύο κλάσματα έχουν **τους ίδιους αριθμητές**, μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει τον μικρότερο παρονομαστή

Παράδειγμα :

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{2}$$



Όταν δύο κλάσματα είναι **ετερόνυμα** και **δεν** έχουν τους ίδιους **αριθμητές** τότε:

✎ Πρώτα τα κάνω ομώνυμα και

✎ Έπειτα τα συγκρίνω

Παράδειγμα: Να συγκρίνετε τα κλάσματα

$$\frac{1}{3} \text{ και } \frac{5}{9}$$

Λύση:

Παρατηρώ ότι τα κλάσματα δεν είναι ομώνυμα, οπότε πρώτα τα μετατρέπω σε ομώνυμα και μετά τα συγκρίνω

$$\frac{1}{3} \quad , \quad \frac{5}{9}$$

$$\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{3}{9} \text{ και } \frac{5}{9}$$

Επειδή :

$$\frac{3}{9} < \frac{5}{9} \text{ συμπεραίνουμε ότι } \frac{1}{3} < \frac{5}{9}$$

Σύγκριση κλασμάτων με τη μονάδα

- ✎ Όταν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι ίσος με τον παρονομαστή τότε το κλάσμα είναι ίσο με τη μονάδα
- ✎ Όταν ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή τότε το κλάσμα είναι μεγαλύτερο από τη μονάδα
- ✎ Όταν ο αριθμητής είναι μικρότερος από τον παρονομαστή τότε το κλάσμα είναι μικρότερο από τη μονάδα

Παραδείγματα:

$$\frac{5}{5} = 1 \quad , \quad \frac{7}{3} > 1 \quad , \quad \frac{2}{8} < 1$$

Ασκήσεις

1. Να συγκρίνετε τα παρακάτω κλάσματα

$$\alpha) \frac{8}{19} \dots \frac{5}{19} \quad \beta) \frac{4}{5} \dots \frac{12}{5} \quad \gamma) \frac{6}{5} \dots \frac{6}{7} \quad \delta) \frac{45}{7} \dots \frac{45}{10}$$

2. Να συγκρίνετε τα παρακάτω κλάσματα

$$\alpha) \frac{5}{6} \text{ και } \frac{2}{3} \quad \beta) \frac{5}{12} \text{ και } \frac{7}{8} \quad \gamma) \frac{3}{9} \text{ και } \frac{7}{15} \quad \delta) \frac{15}{20} \text{ και } \frac{12}{15} \quad \varepsilon) \frac{2}{3} \text{ και } \frac{3}{2} \quad \sigma\tau) \frac{14}{16} \text{ και } \frac{5}{8}$$

3. Να συγκρίνετε τα παρακάτω κλάσματα

$$\alpha) \frac{16}{9} \text{ και } 2 \quad \beta) \frac{23}{7} \text{ και } 3 \quad \gamma) \frac{25}{6} \text{ και } 4 \quad \delta) \frac{37}{8} \text{ και } 5$$

4. Να συγκρίνετε τους παρακάτω αριθμούς :

$$\alpha) \frac{1}{2} \dots 1 \quad \beta) \frac{3}{2} \dots 1 \quad \gamma) \frac{5}{6} \dots 1 \quad \delta) \frac{14}{15} \dots 1 \quad \varepsilon) \frac{65}{62} \dots 1 \quad \sigma\tau) \frac{9}{9} \dots 1$$

5. Σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις να συγκρίνετε τα κλάσματα με τη μονάδα και στη συνέχεια να τα συγκρίνετε μεταξύ τους

$$\alpha) \frac{3}{5} \text{ και } \frac{4}{3} \quad \beta) \frac{7}{8} \text{ και } \frac{15}{14} \quad \gamma) \frac{17}{19} \text{ και } \frac{41}{39} \quad \delta) \frac{73}{65} \text{ και } \frac{88}{93} \quad \varepsilon) \frac{103}{99} \text{ και } \frac{135}{153} \quad \sigma\tau) \frac{271}{186} \text{ και } \frac{379}{402}$$

6. Να γράψετε σε φθίνουσα σειρά τα επόμενα κλάσματα

$$\alpha) \frac{9}{7}, \frac{6}{7}, \frac{1}{7}, \frac{12}{7}, \frac{3}{7}, \frac{7}{7}$$

$$\beta) \frac{11}{3}, \frac{11}{7}, \frac{11}{5}, \frac{11}{13}, \frac{11}{23}, \frac{11}{9}$$

7. Να κάνετε ομώνυμα και να γράψετε σε αύξουσα σειρά τα κλάσματα

$$\alpha) \frac{1}{4}, \frac{5}{8}, \frac{9}{10} \quad \beta) \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8} \quad \gamma) \frac{3}{5}, \frac{6}{7}, \frac{7}{10} \quad \delta) \frac{2}{3}, \frac{1}{7}, \frac{4}{9}$$

8. Να γράψετε σε φθίνουσα σειρά τα κλάσματα

$$\alpha) \frac{5}{9}, \frac{6}{10}, \frac{3}{3}, \frac{1}{2} \quad \beta) \frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \frac{4}{6}, \frac{1}{2} \quad \gamma) \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{5}{8} \quad \delta) \frac{6}{9}, \frac{7}{9}, \frac{6}{8}$$

9. Να βρείτε ένα κλάσμα που να βρίσκεται ανάμεσα στους αριθμούς

$$\alpha) \frac{2}{5} \text{ και } \frac{3}{5} \quad \beta) \frac{5}{7} \text{ και } \frac{6}{7} \quad \gamma) \frac{7}{11} \text{ και } \frac{8}{11} \quad \delta) \frac{2}{3} \text{ και } \frac{3}{4} \quad \varepsilon) \frac{7}{8} \text{ και } \frac{11}{12} \quad \sigma\tau) \frac{7}{3} \text{ και } 2$$

10. Να βρείτε μεταξύ ποιών διαδοχικών φυσικών αριθμών βρίσκονται τα κλάσματα:

$$\alpha) \frac{3}{5} \quad \beta) \frac{4}{3} \quad \gamma) \frac{7}{2} \quad \delta) \frac{15}{4} \quad \varepsilon) \frac{17}{3} \quad \sigma\tau) \frac{21}{2}$$

11. Να βρείτε μεταξύ ποιών διαδοχικών φυσικών αριθμών βρίσκονται τα κλάσματα:

$$\alpha) \frac{7}{9} \quad \beta) \frac{42}{9} \quad \gamma) \frac{61}{8} \quad \delta) \frac{73}{5} \quad \varepsilon) \frac{114}{5} \quad \sigma\tau) \frac{91}{10}$$

12. Δίνονται οι αριθμοί

$$\alpha = 40 - 32 : [3 \cdot (5 \cdot 2^2 - 63 : 3^2) - (6 \cdot 5 + 1)]$$

$$\beta = (3 + 4)^2 - (2 \cdot 7 - 2^2) + 3^2$$

Να συγκρίνετε τους παρακάτω αριθμούς

$$\alpha) \frac{\alpha}{37} \text{ και } \frac{\beta}{37} \quad \beta) \frac{133}{\alpha} \text{ και } \frac{133}{\beta} \quad \gamma) \frac{\alpha}{\beta} \text{ και } 1 \quad \delta) \frac{\beta}{\alpha} \text{ και } 1 \quad \varepsilon) \frac{\alpha}{\beta} \text{ και } \frac{3}{4} \quad \sigma\tau) \frac{\beta}{\alpha} \text{ και } \frac{24}{16}$$

13. Δίνονται οι αριθμοί :

$$\alpha = 3 + 2 \cdot 5 - (2^3 \cdot 5 - 2^2 \cdot 3) : 7 \text{ και } \beta$$

$$= 2 \cdot (3^2 - 2^3)^{2013} + 2 \cdot [42 : (15 - 3^2) - (29 - 3^3)]$$

Να βάλετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς

$$1, \frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$$

Πρόσθεση – αφαίρεση κλασμάτων

Πως προσθέτουμε δύο ομώνυμα κλάσματα;

Για να προσθέσουμε δύο ομώνυμα κλάσματα προσθέτουμε τους αριθμητές και ως παρονομαστή γράφουμε τον κοινό παρονομαστή

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha + \gamma}{\beta}$$

Παράδειγμα :

$$\frac{2}{9} + \frac{3}{9} = \frac{2 + 3}{9} = \frac{5}{9}$$

Πώς αφαιρούμε δύο ομώνυμα κλάσματα;

Για να αφαιρέσουμε δύο ομώνυμα κλάσματα , αφαιρούμε τους αριθμητές και ως παρονομαστή γράφουμε τον κοινό παρονομαστή

$$\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha - \gamma}{\beta}$$

Παράδειγμα :

$$\frac{5}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5 - 3}{12} = \frac{2}{12} = \frac{2:2}{12:2} = \frac{1}{6}$$

Παρατήρηση:

Όταν τα κλάσματα δεν είναι ομώνυμα



Πρώτα τα κάνω ομώνυμα βρίσκοντας το Ε.Κ.Π των παρονομαστών και



έπειτα κάνω την πρόσθεση ή την αφαίρεση

Παράδειγμα:

$$\frac{3}{7} - \frac{4}{9}$$

Παρατηρώ ότι τα κλάσματα δεν είναι ομώνυμα :

Βρίσκω το Ε.Κ.Π(7,9)=63

Τα κάνω ομώνυμα

$$\frac{3}{7} - \frac{4}{9} = \frac{3 \cdot 9}{7 \cdot 9} - \frac{4 \cdot 7}{9 \cdot 7} = \frac{27}{63} - \frac{28}{63} = \frac{-1}{63}$$

Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να γραφτεί ως κλάσμα :

$$\alpha = \frac{\alpha}{1}$$

Τι ονομάζουμε μεικτό αριθμό ;

Το άθροισμα ενός φυσικού αριθμού α με ένα κλάσμα $\frac{\beta}{\gamma}$, αντί να το γράφουμε : $\alpha + \frac{\beta}{\gamma}$ το γράφουμε $\alpha\frac{\beta}{\gamma}$

Και ισχύει :

$$\alpha\frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha\gamma + \beta}{\gamma}$$

Παράδειγμα :

$$5\frac{1}{7} = \frac{5 \cdot 7 + 1}{7} = \frac{36}{7}$$

Πώς μετατρέπουμε ένα κλάσμα $\frac{4}{\delta}$ σε μεικτό αριθμό;

- ✎ Εκτελούμε την ευκλείδεια διαίρεση $\Delta:\delta$ και
- ✎ γράφουμε την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$

✎ Κάνουμε τις ακόλουθες πράξεις

$$\frac{\Delta}{\delta} = \frac{\delta \cdot \pi + \upsilon}{\delta} = \frac{\delta \cdot \pi}{\delta} + \frac{\upsilon}{\delta} = \pi + \frac{\upsilon}{\delta} = \pi \frac{\upsilon}{\delta}$$

Παράδειγμα :

Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{14}{3}$ σε μεικτό αριθμό

Λύση:

$$\begin{array}{r|l} 14 & 3 \\ -12 & 4 \\ \hline 2 & \end{array}$$

Άρα η ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης : $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$ γίνεται $14 = 3 \cdot 4 + 2$

Άρα

$$\frac{14}{3} = \frac{3 \cdot 4 + 2}{3} = \frac{3 \cdot 4}{3} + \frac{2}{3} = 4 + \frac{2}{3} = 4 \frac{2}{3}$$

Παρατήρηση:

Όταν έχω αριθμητικές παραστάσεις με μεικτούς , πρώτα κάνω τους μεικτούς κλάσματα και μετά κάνω πράξεις

Ασκήσεις στη πρόσθεση και στην αφαίρεση κλασμάτων

1. Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα και όπου είναι δυνατό να απλοποιήσετε το τελικό αποτέλεσμα

$$\alpha) \frac{3}{14} + \frac{2}{14} \quad \beta) \frac{1}{20} + \frac{3}{20} \quad \gamma) \frac{5}{6} + \frac{4}{6} \quad \delta) \frac{7}{5} + \frac{3}{5} \quad \epsilon) \frac{11}{16} + \frac{7}{16}$$

$$\sigma\tau) \frac{7}{60} + \frac{37}{60} + \frac{21}{60} \quad \zeta) \frac{1}{32} + \frac{7}{32} + \frac{16}{32} \quad \eta) \frac{4}{100} + \frac{46}{100} + \frac{66}{100}$$

2. Να κάνετε τις προσθέσεις :

$$\alpha) \frac{2}{3} + \frac{6}{5} \quad \beta) \frac{9}{16} + \frac{13}{8} \quad \gamma) \frac{5}{8} + \frac{7}{12} \quad \delta) \frac{7}{18} + \frac{19}{24} \quad \epsilon) \frac{11}{15} + \frac{3}{20} \quad \sigma\tau) \frac{5}{9} + \frac{1}{12}$$

3. Να απλοποιήσετε όσα από τα επόμενα κλάσματα μπορούν να απλοποιηθούν και στη συνέχεια να υπολογίσετε τα αθροίσματα

$$\alpha) \frac{5}{6} + \frac{6}{8} \quad \beta) \frac{3}{10} + \frac{12}{15} \quad \gamma) \frac{14}{12} + \frac{5}{9} \quad \delta) \frac{6}{16} + \frac{15}{36} \quad \epsilon) \frac{14}{32} + \frac{6}{48} \quad \sigma\tau) \frac{45}{100} + \frac{48}{90}$$

4. Να βρείτε τα επόμενα αθροίσματα και όπου είναι δυνατό να απλοποιήσετε το αποτέλεσμα :

$$\alpha) \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{12} \quad \beta) \frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{4}{15} \quad \gamma) \frac{2}{7} + \frac{4}{21} + \frac{5}{3}$$

$$\delta) \frac{1}{5} + \frac{7}{6} + \frac{2}{15} \quad \epsilon) \frac{2}{27} + \frac{1}{18} + \frac{5}{6} \quad \sigma\tau) \frac{51}{100} + \frac{7}{10} + \frac{3}{1000}$$

5. Να γράψετε ως κλάσματα τους μεικτούς αριθμούς

$$\alpha) 1\frac{1}{2} \quad \beta) 7\frac{3}{4} \quad \gamma) 9\frac{3}{15} \quad \delta) 12\frac{5}{7} \quad \varepsilon) 17\frac{0}{3} \quad \sigma\tau) 12\frac{4}{8}$$

6. Να γράψετε τα παρακάτω κλάσματα ως μεικτούς αριθμούς

$$\alpha) \frac{5}{2} \quad \beta) \frac{16}{3} \quad \gamma) \frac{48}{5} \quad \delta) \frac{77}{6} \quad \varepsilon) \frac{70}{9} \quad \sigma\tau) \frac{60}{7} \quad \zeta) \frac{93}{9} \quad \eta) \frac{127}{10} \quad \theta) \frac{747}{6}$$

7. Να βρείτε τα αθροίσματα :

$$\alpha) \frac{2}{3} + 2\frac{1}{3} \quad \beta) 2\frac{1}{6} + 4\frac{5}{6} \quad \gamma) \frac{2}{3} + 2\frac{1}{4} \quad \delta) \frac{8}{15} + 3\frac{7}{10}$$

8. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα :

$$\alpha) \frac{2}{3} + 3\frac{1}{6} + 2 \quad \beta) \frac{11}{9} + 3\frac{5}{6} + 6 \quad \gamma) \frac{17}{12} + 2\frac{3}{8} + 2 \quad \delta) 24\frac{3}{8} + 7\frac{6}{16} + 6\frac{3}{4}$$

9. Να κάνετε τις αφαιρέσεις :

$$\alpha) \frac{7}{8} - \frac{5}{8} \quad \beta) \frac{9}{10} - \frac{3}{10} \quad \gamma) \frac{13}{18} - \frac{3}{18} \quad \delta) \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \quad \varepsilon) \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \quad \sigma\tau) \frac{25}{18} - \frac{21}{27}$$

10. Να κάνετε τις αφαιρέσεις :

$$\alpha) 3 - \frac{5}{4} \quad \beta) 2 - \frac{1}{3} \quad \gamma) 1 - \frac{3}{8} \quad \delta) \frac{8}{3} - 2 \quad \varepsilon) \frac{22}{5} - 3 \quad \sigma\tau) \frac{61}{9} - 6$$

11. Να κάνετε τις αφαιρέσεις :

$$\alpha) 7\frac{1}{4} - 3\frac{1}{4} \quad \beta) 7\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2} \quad \gamma) 3\frac{3}{4} - 2\frac{5}{6}$$

12. Δύο εργάτες βάφουν μια μάντρα . Ο πρώτος έχει βάψει τα $\frac{3}{10}$ της μάντρας και ο δεύτερος τα $\frac{8}{15}$ της μάντρας . Τι μέρος της μάντρας μένει ακόμα να βαφτεί ;

13. Η κυρία Ελένη έχει $4\frac{3}{5}$ κιλά ζάχαρη. Από αυτήν την ποσότητα χρησιμοποίησε $1\frac{1}{4}$ κιλά ζάχαρη για να φτιάξει ένα κέικ και $\frac{4}{5}$ κιλά ζάχαρη για να φτιάξει μια μηλόπιτα. Πόση ζάχαρη περίσσεψε;

14. Ο κύριος Γιώργος έχει ένα χωράφι . Την πρώτη ημέρα όργωσε $\frac{9}{4}$ στρέμματα , τη δεύτερη ημέρα όργωσε $\frac{13}{12}$ στρέμματα λιγότερα

Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

Το γινόμενο δύο κλασμάτων είναι το κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta \cdot \delta}$$

$$\alpha \cdot \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha}{1} \cdot \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma}$$

Προσοχή !

Δεν θα πρέπει να μπερδεύουμε το κλάσμα $\alpha \cdot \frac{\beta}{\gamma}$ με το μεικτό $\alpha \frac{\beta}{\gamma}$

Αντίστροφα κλάσματα

Δύο κλάσματα που έχουν γινόμενο 1 λέγονται αντίστροφα

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\beta}{\alpha} = 1 \quad \text{και} \quad \alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = 1$$

Βασικά παραδείγματα :

1) Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις

$$\alpha) 1 \cdot \frac{5}{8} \quad \beta) \frac{4}{5} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{5}{4}$$

Λύση :

$$\alpha) 1 \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\beta) \frac{4}{5} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 5}{5 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{160}{60} = \frac{8}{3}$$

2) Η κυρία σοφία έχει $4\frac{2}{5} \text{ kg}$ αλεύρι . Χρησιμοποίησε τα $\frac{5}{8}$ αυτής της ποσότητας για να φτιάξει ψωμί . Πόσα kg αλεύρι περίσσεψαν ;

Λύση :

$$\text{Η κυρία σοφία έχει } 4\frac{2}{5} = \frac{22}{5}$$

$$\text{Χρησιμοποίησε } \frac{5}{8} \cdot \frac{22}{5} = \frac{22}{8} = \frac{11}{4} \text{ kg αλεύρι}$$

$$\text{Της περίσσεψαν : } \frac{22}{5} - \frac{11}{4} = \frac{88}{20} - \frac{55}{20} = \frac{33}{20} \text{ kg}$$

Ασκήσεις στον πολλαπλασιασμό κλασμάτων

1. Να βρείτε τα γινόμενα :

$$\alpha) \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} \quad \beta) \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{6} \quad \gamma) \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{5} \quad \delta) \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{7} \quad \varepsilon) \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5} \quad \sigma\tau) \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{9}$$

2. Να βρείτε τα γινόμενα

$$\alpha) 3 \cdot \frac{1}{5} \quad \beta) 4 \cdot \frac{2}{7} \quad \gamma) 4 \cdot \frac{7}{6} \quad \delta) 3 \cdot \frac{5}{9} \quad \varepsilon) 7 \cdot \frac{6}{8}$$

3. Να βρείτε τα γινόμενα :

$$\alpha) 5 \cdot 2\frac{5}{3} \quad \beta) 6 \cdot 4\frac{1}{2} \quad \gamma) 5 \cdot 2\frac{1}{8} \quad \delta) 3 \cdot 2\frac{3}{7}$$

4. Να βρείτε τα γινόμενα :

$$\alpha) \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5} \quad \beta) \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{7} \quad \gamma) \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7}$$

5. Να βρείτε τους αντίστροφους των αριθμών :

$$\alpha) \frac{1}{3} \quad \beta) \frac{2}{5} \quad \gamma) \frac{5}{9} \quad \delta) \frac{1}{7} \quad \varepsilon) 32 \quad \sigma\tau) \frac{15}{6}$$

6. Να βρείτε :

$$\alpha) \text{τα } \frac{3}{5} \text{ του } 45 \quad \beta) \frac{2}{3} \text{ του } 123 \quad \gamma) \text{τα } \frac{3}{4} \text{ του } 284 \quad \delta) \text{τα } \frac{3}{8} \text{ του } 248$$

7. Να βρείτε :

$$\alpha) \text{τα } \frac{2}{3} \text{ του } \frac{9}{8} \quad \beta) \text{τα } \frac{4}{5} \text{ του } \frac{35}{8} \quad \gamma) \text{τα } \frac{7}{12} \text{ του } \frac{10}{21}$$

8. Το 1 κιλό κρέας κοστίζει $\frac{35}{4}$ €. Να βρείτε πόσο κοστίζουν :

a) Τα 8 kg κρέας

b) Τα $\frac{16}{5}$ kg κρέας

9. Μια θεατρική παράσταση την παρακολούθησαν 720 θεατές . Από αυτούς τα $\frac{3}{5}$ ήταν γυναίκες τα $\frac{3}{10}$ ήταν άντρες και τα υπόλοιπα παιδιά . να βρείτε πόσοι ήταν οι άνδρες πόσες οι γυναίκες και πόσα τα παιδιά .

10. Να κάνετε τις πράξεις

$$\alpha) \frac{7}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} \quad \beta) \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{4} - \frac{5}{4} \quad \gamma) \frac{3}{4} - \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{8} \quad \delta) \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{3} \quad \varepsilon) \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{7} - \frac{1}{3} \right)$$

Διαίρεση κλασμάτων

Για να διαιρέσουμε δύο φυσικούς αριθμούς αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τον διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη

$$\alpha : \beta = \alpha \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta}$$

Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα αρκεί να πολλαπλασιάσουμε το πρώτο με το αντίστροφο του δεύτερου

$$\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma} = \frac{\alpha\delta}{\beta\gamma}$$

Παραδείγματα :

Να κάνετε τις παρακάτω διαιρέσεις :

$$\alpha) \frac{3}{4} : \frac{9}{8} \quad \beta) \frac{7}{10} : \frac{1}{5} \quad \gamma) 8 : \frac{6}{5} \quad \delta) \frac{4}{5} : 6$$

Λύση:

$$\alpha) \frac{3}{4} : \frac{9}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

$$\beta) \frac{7}{10} : \frac{1}{5} = \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{1} = \frac{35}{10} = \frac{7}{2}$$

$$\gamma) 8 : \frac{6}{5} = \frac{8}{1} \cdot \frac{5}{6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

$$\delta) \frac{4}{5} : 6 = \frac{4}{5} : \frac{6}{1} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$$

Διαίρεση μεικτών αριθμών

Πρώτα μετατρέπουμε τους μεικτούς σε κλάσματα

$$3\frac{1}{5} : 2\frac{3}{5} = \frac{16}{5} : \frac{13}{5} = \frac{16}{5} \cdot \frac{5}{13} = \frac{16}{13}$$

Σύνθετο κλάσμα : είναι το κλάσμα του οποίου ένας τουλάχιστον όρος είναι κλάσμα

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{5} \\ \frac{3}{6} \end{array} \right| \text{ άκροι} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{12}{15} = \frac{6}{3}$$

Ασκήσεις στην διαίρεση κλασμάτων

1. Να υπολογίσετε τα παρακάτω πηλίκα :

$$\alpha) \frac{2}{3} : \frac{4}{5} \quad \beta) \frac{1}{3} : \frac{5}{9} \quad \gamma) \frac{1}{4} : \frac{1}{6} \quad \delta) \frac{17}{18} : \frac{3}{9} \quad \varepsilon) \frac{1}{5} : \frac{2}{15} \quad \sigma\tau) \frac{3}{7} : \frac{3}{5}$$

2. Να υπολογιστούν τα πηλίκα

$$\alpha) 8 : \frac{4}{3} \quad \beta) 12 : \frac{8}{7} \quad \gamma) 48 : \frac{18}{10} \quad \delta) \frac{12}{5} : 8 \quad \varepsilon) \frac{45}{6} : 10$$

3. Να κάνετε τις παρακάτω διαιρέσεις :

$$\alpha) 5 \frac{1}{3} : 2 \quad \beta) 6 \frac{3}{4} : 5 \quad \gamma) 3 \frac{5}{6} : 2 \frac{3}{4} \quad \delta) 3 \frac{1}{3} : 2 \frac{1}{5}$$

4. Να κάνετε τις παρακάτω διαιρέσεις :

$$\alpha) 1 : \frac{3}{5} \quad \beta) 1 : \frac{1}{7} \quad \gamma) 0 : \frac{4}{3} \quad \delta) 0 : 7 \frac{4}{5}$$

5. Να μετατρέψετε τα παρακάτω σύνθετα κλάσματα σε απλά

$$\alpha) \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} \quad \beta) \frac{\frac{6}{5}}{\frac{3}{10}} \quad \gamma) \frac{\frac{18}{7}}{\frac{24}{7}} \quad \delta) \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{2}} \quad \varepsilon) \frac{\frac{8}{3}}{\frac{3}{4}} \quad \sigma\tau) \frac{3}{\frac{2}{5}}$$

6. Τα $3 \frac{1}{2}$ κιλά κρέας κοστίζουν $29 \frac{3}{4}$ €. Να βρείτε πόσο κοστίζει το 1 κιλό κρέας

7. Σε ένα βαρέλι υπάρχει κρασί, το οποίο πωλείται προς $\frac{27}{10}$ € το λίτρο. Να βρείτε πόσα λίτρα κρασί περιέχονται στο βαρέλι, αν η συνολική του αξία είναι $\frac{225}{2}$ €

8. Ο Θοδωρής παρακολούθησε μαθήματα μαθηματικών , συνολικής διάρκειας $4\frac{1}{2}$ ωρών . Κάθε μάθημα διαρκεί $\frac{3}{4}$ της ώρας .

α) Να βρείτε πόσα μαθήματα μαθηματικών έκανε ο Θοδωρής τον περασμένο μήνα

β) Για τα μαθήματα αυτά ο Θοδωρής πλήρωσε συνολικά $\frac{225}{2}$ € . Να βρείτε πόσα ευρώ πλήρωσε για κάθε μάθημα . Να γράψετε το αποτέλεσμα ως μεικτό αριθμό.

9. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

$$\alpha) \frac{1}{2} : \frac{3}{4} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} \quad \beta) \frac{3}{2} : 3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} \quad \gamma) 3\frac{1}{2} : \frac{5}{2} \\ - \frac{7}{4} : 2\frac{1}{3} \quad \delta) \frac{2}{5} : \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \quad \epsilon) \frac{8}{3} : \left(\frac{11}{6} - \frac{7}{4}\right)$$

10. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις :

$$\alpha) \left(\frac{7}{12} + \frac{3}{8}\right) : \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{9}\right) \quad \beta) \left(3\frac{1}{4} - \frac{5}{2}\right) : \left(\frac{14}{3} - 2\frac{1}{6}\right) \quad \gamma) \left(\frac{8}{9} : \frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) : \frac{3}{5}$$

Διαγώνισμα στα κλάσματα

Θέμα 1

A. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ;

B. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά .

$$i) \frac{\alpha}{\dots} = \alpha \quad ii) \frac{\dots}{\alpha} = 0 \quad iii) \frac{\alpha + \beta}{\gamma} = \dots$$

Γ. Να χαρακτηρίσεις τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος

A) Αν $0 < \alpha < \beta$ τότε $\frac{\beta}{\alpha} < 1$

B) αν $0 < \alpha < \beta$ τότε $\frac{\gamma}{\beta} < \frac{\gamma}{\alpha}$

Γ) $\alpha : \beta = \frac{\alpha}{\beta}$

Θέμα 2

A) Να απλοποιήσετε τα παρακάτω κλάσματα:

$$i) \frac{8}{6}$$

$$ii) \frac{56}{72}$$

$$iii) \frac{13}{26}$$

B) Να κάνετε τις πράξεις :

$$a) \frac{5}{4} - 1 + \frac{7}{6} \quad b) \frac{3^2 - 5}{3} : \frac{2^3}{5} \quad c) 4 + 3 \cdot \frac{1}{3} - \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{3} \right) : \left(1 - \frac{1}{3} \right)$$

Θέμα 3

Ο κύριος Γιώργος με τα $\frac{3}{5}$ των χρημάτων που είχε στην τράπεζα , αγόρασε ένα αυτοκίνητο αξίας 14.000€

A) Να βρείτε πόσα χρήματα είχε αρχικά στην τράπεζα ο Κύριος Γιώργος

B) Με τα $\frac{8}{25}$ των χρημάτων που έμειναν στην τράπεζα αγόρασε και μία μηχανή. Να βρείτε πόσα χρήματα έμειναν στην τράπεζα μετά την αγορά της μηχανής

Γ) τι μέρος των χρημάτων που είχε αρχικά στην τράπεζα ξόδεψε ο κύριος Γιώργος;

Εξισώσεις

Εξίσωση είναι κάθε ισότητα που περιέχει αριθμούς και μια μεταβλητή

Παράδειγμα :

$$2x + 3 = 5$$

α' μέλος

β' μέλος

λύση της εξίσωσης : είναι ο αριθμός που αν τον βάλω στη θέση του x την επαληθεύει

επίλυση εξίσωσης : είναι η διαδικασία που ακολουθώ μέχρι να βρω την τιμή που μπορεί να πάρει το x

επίλυση βασικών εξισώσεων

Μορφή εξίσωσης	Λύση εξίσωσης
$x + \alpha = \beta$	$x = \beta - \alpha$
$x - \alpha = \beta$	$x = \alpha + \beta$
$\alpha - x = \beta$	$x = \alpha - \beta$
$\alpha x = \beta$	$x = \beta : \alpha$
$x : \alpha = \beta$	$x = \alpha \beta$
$\alpha : x = \beta$	$x = \alpha : \beta$

Παρατήρηση :

Προσοχή στις ιδιότητες

$$\text{αν } \frac{\alpha}{\beta} = 0 \text{ τότε } \alpha = 0$$

$$\text{αν } \frac{\alpha}{\beta} = 1 \text{ τότε } \alpha = \beta$$

Παράδειγμα 1

Να λυθεί η εξίσωση $2x+5=7$

Λύση

$$2x+5=7 \quad \text{ή} \quad 2x=7-5 \quad \text{ή} \quad 2x=2 \quad \text{ή} \quad x=2:2 \quad \text{ή} \quad x=1$$

Παράδειγμα 2

Να λυθεί η εξίσωση $:\frac{2x-6}{4} = 0$

Λύση

$$\frac{2x-6}{4} = 0 \quad \text{ή} \quad 2x-6 = 0 \quad \text{ή} \quad 2x = 6 \quad \text{ή} \quad x = 6:2 \quad \text{ή} \quad x = 3$$

Ασκήσεις στις εξισώσεις

1) Να γράψετε πιο απλά τις παραστάσεις

α) $\chi + 3\chi + 6\chi + \chi$ β) $3\omega + 2\omega + 6\omega - \omega$ γ) $2\chi + 4\chi + 3\omega + 6\omega - 4\omega$

2) Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις

α) $\chi + 3 = 6$ β) $\chi + 4 = 14$ γ) $\chi + 2 = 8$

δ) $\chi - 4 = 7$ ε) $\chi - 6 = 8$ στ) $3 - \chi = 1$

ζ) $4 - \chi = 9$ η) $6 - \chi = 3$ θ) $9 - \chi = 3$

3) Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις

α) $2x = 6$ β) $3x = 9$ γ) $6x = 30$

δ) $x:3 = 5$ ε) $x:9 = 2$ ς) $12:x = 6$ ζ) $18:x = 3$

4) Να λυθούν οι εξισώσεις :

α) $\frac{\chi - 3}{3} = 0$ β) $\frac{\chi - 6}{5} = 0$ γ) $\frac{2\chi - 4}{8} = 0$ δ) $\frac{6\chi - 8}{2} = 0$

5) Να λυθούν οι εξισώσεις

α) $\frac{\chi - 2}{3} = 1$ β) $\frac{\chi + 4}{5} = 1$ γ) $\frac{\chi + 7}{8} = 1$ δ) $\frac{2\chi - 6}{18} = 1$ ε) $\frac{3\chi + 2}{5} = 1$

6) Να λυθούν οι εξισώσεις

α) $\frac{\chi}{3} = \frac{4}{6}$ β) $\frac{\chi}{5} = \frac{3}{5}$ γ) $\frac{\chi - 2}{3} = \frac{4}{3}$ δ) $\frac{\chi + 3}{4} = \frac{3}{2}$ ε) $\frac{\chi + 2}{3} = \frac{4}{5}$

7) Να λυθούν οι εξισώσεις

α) $\frac{\chi - 2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ β) $\frac{\chi + 1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$ γ) $\frac{\chi - 7}{8} - \frac{3}{4} = 2$

8) Να λυθούν οι εξισώσεις

α) $\chi + 3\chi + 5 = 13$ β) $5 + 3y - y + 7 = 8 + 9$ γ) $5\chi - 4\chi + 7 - 3 = 8$

9) Να λυθούν οι εξισώσεις

$$\alpha) 5(\chi + 2) = 15 \quad \beta) 3(\chi + 1) + 5(2 + \chi) = 18 \quad \gamma) 7(\chi + 2) + 5(3 + \chi) = 30$$

Ασκήσεις στα προβλήματα με εξισώσεις

1. Σε ένα θέατρο το Σάββατο κόπηκαν 137 εισιτήρια και την Κυριακή κόπηκαν x εισιτήρια, ενώ συνολικά κόπηκαν 246 εισιτήρια. Να βρείτε το x .
2. Σε ένα λεωφορείο υπήρχαν 35 επιβάτες. Στην πρώτη στάση κατέβηκαν x επιβάτες και έτσι έμειναν στο λεωφορείο 19 επιβάτες. Να βρείτε το x .
3. Η Άννα αγόρασε x στιλό αξίας 3€ το καθένα και πλήρωσε συνολικά 24 €. Να βρείτε το x .
4. Ο Γιώργος έχει x χαρτονομίσματα των 5€ και 4 χαρτονομίσματα των 10€. Αν συνολικά έχει 75€, να βρείτε το x .
5. Ο Γεράσιμος είναι 62kg και ο Διονύσης x kg ελαφρύτερος από τον Γεράσιμο.
 - a) Να εκφράσετε με τη βοήθεια του x το βάρος του Διονύση
 - b) Να εκφράσετε με τη βοήθεια του x το συνολικό βάρος των δύο παιδιών
 - c) Αν το συνολικό βάρος των δύο παιδιών είναι 117 kg να σχηματίσετε μια εξίσωση και να υπολογίσετε το x
6. Ο Ανδρέας είχε x €. Έδωσε 120€ και αγόρασε ένα ποδήλατο.
 - a) Να εκφράσετε με τη βοήθεια του x τα χρήματα που του έμειναν
 - b) Αν του έμειναν 90€, να σχηματίσετε μια εξίσωση και να βρείτε το x

Ποσοστά

Το σύμβολο α% ονομάζεται ποσοστό επί τοις εκατό ή πιο απλά ποσοστό και ισχύει ότι

$$\alpha\% = \frac{\alpha}{100}$$

Εφαρμογή

Το α% ενός αριθμού β είναι $\frac{\alpha}{100} \cdot \beta$

Το 20% του 350 είναι $\frac{20}{100} \cdot 350 = 70$

Υπολογισμός έκπτωσης – τελικής τιμής

$$\text{Έκπτωση} = \frac{\alpha}{100} \cdot (\text{αρχική τιμή})$$

$$\text{τελική τιμή} = (\text{αρχική τιμή}) - (\text{τελική τιμή})$$

1^η εφαρμογή

Ένα ποδήλατο κοστίζει 240€ . Αν πουληθεί με έκπτωση 15% , να βρείτε

- a) Πόσα ευρώ είναι η έκπτωση;
- b) Ποια είναι η τελική τιμή του ποδηλάτου;

Λύση:

$$\text{a) } \frac{15}{100} \cdot 240 = \frac{3600}{100} = 36\text{€}$$

$$\text{b) } \text{η τελική τιμή του ποδηλάτου} : 240 - 36 = 204\text{€}$$

1^η εφαρμογή

Αγοράσαμε ένα σκάφος με έκπτωση 12% και πληρώσαμε 55.000€. Να βρείτε την αρχική τιμή τους σκάφους

Λύση:

Αφού η έκπτωση ήταν 12% εμείς πληρώσαμε το $100\% - 12\% = 88\%$ της αρχικής τιμής του

Έστω x η αρχική τιμή

$$\frac{88}{100} \cdot x = 55.000 \quad \text{άρα} \quad 0,88 \cdot x = 55.000 \quad \text{άρα} \quad x = 55.000 : 0,88$$

$$x = 62.500\text{€}$$

Οπότε η αρχική τιμή του σκάφους είναι 62.500€

Ασκήσεις στα ποσοστά

1. Να μετατρέψετε τα παρακάτω ποσοστά % σε δεκαδικά κλάσματα , τα οποία στη συνέχεια να απλοποιήσετε

$$\alpha) 6\% \quad \beta) 35\% \quad \gamma) 84\% \quad \delta) 280\% \quad \varepsilon) 2,5\%$$

2. Να μετατρέψετε τα παρακάτω ποσοστά % σε δεκαδικούς αριθμούς

$$\alpha) 3\% \quad \beta) 16\% \quad \gamma) 76\% \quad \delta) 5,3\%$$

3. Να μετατρέψετε σε ποσοστά τα παρακάτω κλάσματα

$$\alpha) \frac{1}{2} \quad \beta) \frac{1}{10} \quad \gamma) \frac{1}{100} \quad \delta) \frac{1}{1000} \quad \varepsilon) \frac{13}{20}$$

4. Να υπολογίσετε :

$$\alpha) \text{ το } 20\% \text{ του } 60 \quad \beta) \text{ το } 25\% \text{ του } 200 \quad \gamma) 5\% \text{ του } 20$$

5. Σε μια τάξη ενός σχολείου υπάρχουν 40 παιδιά . Το 40% των παιδιών είναι κορίτσια

a) Πόσα κορίτσια και πόσα αγόρια υπάρχουν στην τάξη;

b) Το 75% των κοριτσιών και το 25% των αγοριών αυτής της τάξης μαθαίνουν Γαλλικά . Να βρείτε :

i. Πόσα κορίτσια και πόσα αγόρια μαθαίνουν Γαλλικά

ii. Ποιο ποσοστό % των μαθητών αυτής της τάξης μαθαίνει Γαλλικά ;

6. Σε ένα προϊόν αξίας 62€ γίνεται έκπτωση 25% . Να βρείτε :

a) Πόσα ευρώ είναι η έκπτωση ;

b) Την τελική τιμή του προϊόντος

7. Μια τηλεόραση κοστίζει 450€ και πουλήθηκε με έκπτωση 20%. Πόσα χρήματα πουλήθηκε η τηλεόραση;
8. Σε ένα παντελόνι αρχικής αξίας 150€ γίνεται έκπτωση 30€ ποιο είναι το ποσοστό % της έκπτωσης ;
9. Ένα ηλεκτρικό ψυγείο κοστίζει 800€. Στο ψυγείο έγινε έκπτωση και πουλήθηκε στην τιμή των 680€. Ποιο ήταν το ποσοστό της έκπτωσης ;
10. Σε ένα κατάστημα ρούχων γίνεται έκπτωση 30% σε όλα τα είδη . Σε να κοστούμι έγινε έκπτωση 105€. Να βρείτε :
 - a) Την αρχική τιμή του κουστουμιού
 - b) Την τελική τιμή του κουστουμιού
11. Ένα κινητό τηλέφωνο αξίας 200€ έχει συντελεστή Φ.Π.Α 23% . Πόσα χρήματα θα πληρώσουμε για να αγοράσουμε το κινητό τηλέφωνο;
12. Μια τηλεόραση 3D έχει συντελεστή Φ.Π.Α 23% και για να την αγοράσουμε πληρώσαμε 2.583€. Ποια ήταν η αξία της τηλεόρασης χωρίς τον Φ.Π.Α;
13. Σε ένα προϊόν επιβάλλεται ΦΠ.Α 23% . Αν ο φόρος είναι 46€, να βρείτε την αξία του προϊόντος
 - a) Χωρίς τον φόρο
 - b) Με τον φόρο
14. Η κυρία Σοφία θέλει να αγοράσει για το σαλόνι της ένα χαλί μήκους 5 μέτρων και πλάτους 4 μέτρων . Σε ένα κατάστημα κάθε τετραγωνικό μέτρο χαλιού κοστίζει 9,9€. Πόσα χρήματα θα πληρώσει η κυρία Σοφία , αν της κάνουν έκπτωση 20%;
15. Τα σταφύλια μας δίνουν 65% του βάρους τους κρασί . Ένας οινοπαραγωγός θέλει να γεμίσει με κρασί 5 βαρέλια των 312 κιλών το καθένα . πόσα χρήματα πρέπει να πληρώσει για σταφύλια , αν αυτά πωλούνται 0,8€ το κιλό;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ:

ΝΑ ΛΥΘΟΥΝ ΤΑ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ :

1. Ένας έμπορος αγόρασε εμπορεύματα αξίας 15000 € και τα πούλησε με κέρδος 40%. Πόσο κέρδισε;

ΛΥΣΗ:

.....
.....
.....
.....

2. Το αλεύρι έχει 30% πίτουρο. Πόσο πίτουρο έχουν τα 180 κ. αλεύρι;

ΛΥΣΗ:

.....
.....
.....
.....

3. Ένα βαρέλι γεμάτο κρασί έχει μεικτό βάρος 1050 κ. το απόβαρό του είναι το 7% του μεικτού βάρους . Πόσα κιλά είναι το απόβαρο και πόσο το βάρος του κρασιού;

ΛΥΣΗ:

.....
.....
.....
.....

4. Ένας έμπορος πούλησε εμπορεύματα αξίας 7350 € με κέρδος 30 %. Πόσο εισέπραξε;

ΛΥΣΗ:

.....
.....
.....
.....

5.Ένας υπάλληλος έπαιρνε βασικό μισθό 1340 €.Τον τελευταίο χρόνο του δόθηκε αύξηση 8 %. Ποιος είναι ο βασικός μισθός του σήμερα;

ΛΥΣΗ:

.....
.....
.....
.....

6.Ένας έμπορος πούλησε εμπορεύματα αξίας 4500 € με ζημία 20 % . Πόσο εισέπραξε;

ΛΥΣΗ:

.....
.....
.....
.....

7. Ένα σχολείο είχε πέρυσι 250 μαθητές , φέτος ο αριθμός των μαθητών αυξήθηκε κατά 4%. Πόσους μαθητές έχει φέτος το σχολείο;

ΛΥΣΗ:

.....
.....
.....
.....

8. Λύσε τα προβλήματα :

α) Κόστος 940 €, ποσοστό κέρδους 15%, τιμή πώλησης χ;

ΛΥΣΗ:.....
.....

β) Κόστος 1020 €, ποσοστό ζημίας 10%, τιμή πώλησης χ;

ΛΥΣΗ:.....
.....

γ) Αναγραφόμενη τιμή 80 €, ποσοστό έκπτωσης 30%, τιμή πώλησης χ;

ΛΥΣΗ:.....
.....

δ) Αρχικός μισθός 1120 €, ποσοστό αύξησης 5%, τελικός μισθός χ;

ΛΥΣΗ:.....
.....

9.Ένας έμπορος αγόρασε 3000 λ. λάδι προς 3,5 € το κιλό . Το πούλησε με κέρδος 25%. Πόσα ευρώ εισέπραξε ;

ΛΥΣΗ:
.....
.....
.....
.....

Ρητοί Αριθμοί

Πρόσημα : συν (+) πλήν (-)

Θετικοί αριθμοί : λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά τους το πρόσημο (+)

Αρνητικοί αριθμοί : λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά τους το πρόσημο (-)

Στους θετικούς αριθμούς μπορούμε να παραλείψουμε το πρόσημο (+)

Το μηδέν (0) δεν έχει πρόσημο

Ομόσημοι : είναι οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο π.χ +2 , +3

Ετερόσημοι : είναι οι αριθμοί που έχουν διαφορετικά πρόσημα : +3 , -4

Απόλυτη τιμή : η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού

Απόλυτη τιμή : ενός αριθμού είναι ο αριθμός που εκφράζει την απόσταση της τετμημένης του σημείου που παριστάνει τον αριθμό πάνω στον άξονα από την αρχή Ο.

$$|α| = \begin{cases} α , & \text{αν } α \geq 0 \\ -α , & \text{αν } α < 0 \end{cases}$$

Σύγκριση ρητών

Ανάμεσα σε δύο ρητούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα πάνω στον άξονα

Ασκήσεις

1. α) Να βρείτε την απόσταση του σημείου Α με τετμημένη -3 από την αρχή Ο του άξονα x'x
β) Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή του -3
2. Να βρείτε την απόλυτη τιμή των αριθμών

$$α) + 13 \quad β) - 9 \quad γ) 3,5 \quad δ) -\frac{5}{7} \quad ε) 0$$

3. Να κάνετε τις πράξεις

$$α) |-7| + |+3| - 2 \quad β) |-3| + 5 \cdot |+2| - |-1| \cdot |+4|$$

4. Να βρείτε τους αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή τον αριθμό :

$$\alpha) 6 \quad \beta) \frac{3}{4} \quad \gamma) 7 \quad \delta) 12 \quad \varepsilon) 0$$

5. Να συγκρίνετε τους αριθμούς

$$\alpha) -5 \text{ και } 0 \quad \beta) 0 \text{ και } +\frac{1}{4} \quad \gamma) -2 \text{ και } -4 \quad \delta) +7 \text{ και } -7$$

Πρόσθεση ρητών αριθμών

Πρόσθεση ομόσημων αριθμών :

Για να προσθέσω δύο ομόσημους αριθμούς , γράφω το πρόσημό τους και προσθέτω τις απόλυτες τιμές τους .

Παράδειγμα : $(-3) + (-2) = -5$

Πρόσθεση ετερόσημων αριθμών :

Για να προσθέσω δύο ετερόσημους αριθμούς , γράφω το πρόσημο του αριθμού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή και αφαιρούμε από την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή την μικρότερη .

Παράδειγμα : $(-7) + (+3) = -4$

Αφαίρεση ρητών αριθμών:

Για να αφαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς προσθέτουμε στον μειωτέο τον αντίθετο του αφαιρετέου

$$\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$$

Απαλοιφή παρενθέσεων

- Όταν μια παρένθεση έχει απέξω (+) απαλείφουμε το (+) μαζί με την παρένθεση ξαναγράφοντας τους αριθμούς με τα πρόσημά τους
- Όταν μια παρένθεση έχει απέξω (−) τότε απαλείφουμε το (−) μαζί με την παρένθεση ξαναγράφοντας τους αριθμούς με αλλαγμένα πρόσημα

Παράδειγμα :

$$-(2 + 4 + 5) + (1 - 7 + 2) = -2 - 4 - 5 + 1 - 7 + 2 = -16 + 1 = -15$$

Άθροισμα πολλών προσθετέων

-  Αρχικά διαγράφουμε τους αντίθετους
-  Χωρίζουμε τους θετικούς από τους αρνητικούς
-  Προσθέτουμε χωριστά τους θετικούς και τους αρνητικούς



Προσθέτουμε τα αθροίσματα

Παράδειγμα

$$-3 + 4 - 5 + 9 - 12 + 3 = -5 - 12 + 4 + 9 = -17 + 13 = -4$$

Ασκήσεις στην πρόσθεση ρητών

1. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα :

$$\begin{aligned} \alpha) (+5) + (+8) \quad \beta) (-3) + (-6) \quad \gamma) (+10) + (-7) \quad \delta) (+4) + (-9) \\ \epsilon) (-9) + (-16) \quad \sigma\tau) (-26) + (+16) \quad \zeta) (-17) + (-23) \quad \eta) (+35) \\ + (-56) \end{aligned}$$

2. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα :

$$\begin{aligned} \alpha) (+6) + 0 \quad \beta) (-4) + 0 \quad \gamma) (-6) + (+6) \quad \delta) (+15) + (-15) \quad \epsilon) 0 \\ + (+3) \end{aligned}$$

3. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα :

$$\begin{aligned} \alpha) (+2,4) + (-4,6) \quad \beta) (-3,4) + (-5,1) \quad \gamma) (-4,2) + (+1,8) \quad \delta) (-5,74) \\ + (-4,98) \end{aligned}$$

4. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα :

$$\begin{aligned} \alpha) \left(-\frac{11}{6}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) \quad \beta) \left(+\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) \quad \gamma) \left(-\frac{9}{10}\right) + \left(-\frac{13}{5}\right) \quad \delta) (-2) \\ + \left(+\frac{8}{3}\right) \end{aligned}$$

5. Να υπολογίσετε τα επόμενα αθροίσματα :

$$\begin{aligned} \alpha) (+7) + (-8) + (-2) \quad \beta) (-5) + (-9) + (+6) \quad \gamma) (-11) + (+6) \\ + (-28) + (+13) \end{aligned}$$

6. Δίνονται οι παρακάτω αριθμοί :

$$\begin{aligned} \alpha &= (-5) + (+2) + (-7) + (+6) \\ \beta &= (+12) + (-15) + (-26) + (+9) \\ \gamma &= (-8) + (+24) + (-9) + (-1) \end{aligned}$$

Να βρείτε τις τιμές των αθροισμάτων :

$$\alpha) \alpha + \beta + \gamma \quad \beta) \alpha + \beta + (-\gamma) \quad \gamma) (-\alpha) + \beta + \gamma \quad \delta) \alpha + (-\beta) + (-\gamma)$$

7. Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαφορές :

$$\alpha) (+4) - (+3) \quad \beta) (+15) - (+18) \quad \gamma) (+8) - (-3) \quad \delta) (+14) - (-4)$$

8. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\alpha) \frac{1}{4} - \frac{5}{6} \quad \beta) -\frac{3}{8} - \frac{5}{12} \quad \gamma) \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \quad \delta) 2 - \frac{17}{3} \quad \varepsilon) -\frac{5}{2} - 3$$

9. Να βρείτε τις τιμές των επόμενων παραστάσεων

$$\alpha) 5 + 3 - 9 - 2 \quad \beta) 8 - 10 + 7 - 11 \quad \gamma) -24 + 3 + 5 + 7$$

10. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

$$\alpha) 7 - (+3) - 2 + (-6) \quad \beta) -5 - 4 + (-8) - (+1) \\ \gamma) 11 + (-6) + (+9) - (+20)$$

11. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων , κάνοντας πρώτα τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις :

$$\alpha) - (6 - 9) - 2 + 12 \quad \beta) -4 - (5 - 7 - 6) \quad \gamma) 8 + (-10 - 3 + 1)$$

12. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων αφού απαλείψετε τις παρενθέσεις :

$$\alpha) -2 + 5 + (-7 + 4) \quad \beta) 9 - (3 - 5 - 8) \quad \gamma) - (6 - 10) - (12 - 5 - 13)$$

$$\delta) -4 + 1 + 5 + (-13 - 3 + 14 - 23) \quad \varepsilon) (12 - 34) - (-2 + 9 - 14)$$

13. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

$$\alpha) -2 + 5 + \left(\frac{1}{2} - \frac{9}{4}\right) \quad \beta) -2,1 - \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{6}\right) \quad \gamma) -\left(\frac{5}{2} - 3,5\right) - \frac{1}{4} - 1,75$$

14. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων :

$$\alpha) -3 + 5 - 7 + (6 - 3) \quad \beta) -2 - 4 - [4 - (3 - 8)]$$

$$\gamma) -2 + 5 - 8 - [3 - (2 - 7 + 6)] \quad \delta) (-7 + 4) - [-(-9 + 2) - (4 - 3)]$$

15. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις :

$$\alpha) -17 + +(-12 + 5) - [-(6 - 11) - 16 + 3]$$

$$\beta) - [(4 - 6) + (7 - 3)] - [(-7 + 12) - 4 - 9]$$

Γινόμενο ομόσημων αριθμών

Το γινόμενο δύο ομόσημων αριθμών είναι πάντα θετικός αριθμός

Γινόμενο ετερόσημων αριθμών

Το γινόμενο δύο ετερόσημων αριθμών είναι πάντα αρνητικός αριθμός

Γινόμενο πολλών παραγόντων

Ένα γινόμενο πολλών παραγόντων είναι:

- Θετικός αριθμός όταν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο.
- Αρνητικός αριθμός όταν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό

$$(+)(+) = + \quad (-)(-) = + \quad (+)(-) = - \quad (-)(+) = -$$

Οι ίδιοι κανόνες ισχύουν και για τη διαίρεση

<i>Ιδιότητες πρόσθεσης</i>		<i>Ιδιότητες πολλαπλασιασμού</i>
$\alpha + \beta = \beta + \alpha$	<i>Αντιμεταθετική</i>	$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$
$(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$	<i>Προσεταιριστική</i>	$(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$
$\alpha + 0 = \alpha$	<i>Ουδέτερο στοιχείο</i>	$\alpha \cdot 1 = \alpha$
$\alpha + (-\alpha) = 0$	<i>Αντίθετο στοιχείο</i>	$\alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = 1$

<i>Επιμεριστική ιδιότητα</i>
$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$

Ασκήσεις στον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση ρητών αριθμών

1. Να υπολογίσετε τα γινόμενα :

$$\alpha) (+4) \cdot (+6) \quad \beta) (+3) \cdot (-5) \quad \gamma) (-2) \cdot (-7) \quad \delta) 9 \cdot (-8) \quad \varepsilon) -5 \cdot (+9)$$

2. Να υπολογίσετε τα γινόμενα :

$$\alpha) (-9) \cdot 7 \quad \beta) (-12) \cdot (-10) \quad \gamma) (-13) \cdot (+1) \quad \delta) (-24) \cdot (-1) \quad \varepsilon) 0 \cdot (-2)$$

3. Να υπολογίσετε τα γινόμενα :

$$\alpha) \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{9}{4}\right) \quad \beta) \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) \quad \gamma) \frac{7}{10} \cdot \left(-\frac{8}{14}\right) \quad \delta) -3 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$$

4. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις :

$$\alpha) 4 \cdot (-7) - 3 \cdot (-9) \quad \beta) -4 \cdot (-10) + 8 \cdot (-6) \quad \gamma) 3 \cdot (-8) + 4 \cdot (-9)$$

5. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις :

$$\alpha) -6 \cdot (-2 - 7) \quad \beta) 8 \cdot (2 - 11) \quad \gamma) (5 - 9) \cdot (-2 - 6) \quad \delta) (-4 - 5) \cdot (-1,3 - 2,7)$$

6. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\alpha) -11 \cdot (-13) + 8 \cdot (-13) \quad \beta) 21 \cdot (-17) - 19 \cdot (-17)$$

$$\gamma) -37 \cdot 12 - 63 \cdot 12 \quad \delta) -24 \cdot 19 + (-24) \cdot (-18)$$

7. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) (-1) \cdot (-1) \cdot (+3) \quad \beta) (-1) \cdot (-2) \cdot (-6) \quad \gamma) (-5) \cdot (-2) \cdot (+4) \cdot (-3) \quad \delta) (-5) \cdot (-2) \cdot (+4)$$

8. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\alpha) (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) + 3 \cdot (-1) \cdot (-5) \quad \beta) 5 \cdot (-2) \cdot 3 + 10 \cdot (-2) \cdot (-3)$$

9. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\alpha) -3 \cdot [8 + 4 \cdot (-2 - 5)] \quad \beta) [18 + 3 \cdot (-14) - 4 \cdot (2 - 7)] \cdot (-9)$$

$$\gamma) (-1 - 3) \cdot [(-7) \cdot (-9) + 8 \cdot (3 - 9)] \quad \delta) 10 \cdot (-8) - [7 \cdot (14 - 23) - 3 \cdot (5 - 10 + 4)]$$

10. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\alpha) (+8):(-12) \quad \beta) (-12):(+3) \quad \gamma) (-15):(-3) \quad \delta) (-24):(+4) \quad \epsilon) (-63):9$$

11. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\alpha) (-36):(-3 - 6) \quad \beta) (-2 + 14):(-6) \quad \gamma) (4 - 20):(-2 - 6)$$

12. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

$$\alpha) (6 - 2):(-2) + 12:(-4) \quad \beta) (-6) \cdot (-2) + (17 - 25):(-4)$$

13. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

$$\alpha) \frac{2}{5} : \left(-\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) \quad \beta) \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6} \right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{15}{16} \right)$$

Δυνάμεις ρητών αριθμών

Ορισμός: ονομάζουμε δύναμη με βάση τον πραγματικό αριθμό α και εκθέτη τον φυσικό αριθμό n ένα γινόμενο από n παράγοντες ίσους με α

$$\alpha^n = \alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha$$

Ιδιότητες :

1) $\alpha^\nu \cdot \alpha^\mu = \alpha^{\nu+\mu}$ παράδειγμα $x^2 \cdot x^3 = x^5$

2) $\alpha^\nu : \alpha^\mu = \alpha^{\nu-\mu}$ παράδειγμα $x^{12} : x^3 = x^9$

3) $(\alpha^\nu)^\mu = \alpha^{\nu \cdot \mu}$ παράδειγμα $(x^3)^5 = x^{15}$

4) $\alpha^\nu \cdot \beta^\nu = (\alpha\beta)^\nu$ παράδειγμα $10^2 \cdot (0,5)^2 = (10 \cdot 0,5)^2 = 1^2 = 1$

5) $\frac{\alpha^\nu}{\beta^\nu} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\nu$ παράδειγμα $\frac{(100)^2}{(25)^2} = \left(\frac{100}{25}\right)^2 = 4^2 = 16$

6) $\alpha^0 = 1$

7) $\alpha^1 = \alpha$

8) $1^\alpha = 1$

9) $\alpha^{-\nu} = \frac{1}{\alpha^\nu}$

10) $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^\nu$

Παρατήρηση:

- Δύναμη με βάση θετικό αριθμό είναι θετικός αριθμός
- Δύναμη με βάση αρνητικό και εκθέτη άρτιο είναι θετικός αριθμός
- Δύναμη με βάση αρνητικό και εκθέτη περιττό είναι αρνητικός αριθμός

Προτεραιότητα πράξεων

1^{ον} προηγούνται οι πράξεις στις παρενθέσεις και τις αγκύλες

2^{ον} δυνάμεις

3^{ον} πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις με τη σειρά που σημειώνονται

4^{ον} προσθέσεις και αφαιρέσεις με τη σειρά που σημειώνονται

Ασκήσεις στις δυνάμεις ρητών αριθμών

1. Να υπολογίσετε τις παρακάτω δυνάμεις :

$$\alpha) 2^4 \quad \beta) 3^4 \quad \gamma) (-2)^5 \quad \delta) (-3)^3 \quad \varepsilon) (-4)^2 \quad \sigma\tau) (-5)^3 \quad \zeta) (-2)^6 \quad \eta) (-10)^4$$

2. Να υπολογίσετε τις παρακάτω δυνάμεις :

$$\alpha) (-2)^3 \quad \beta) -2^4 \quad \gamma) -4^3 \quad \delta) (-6)^2 \quad \varepsilon) -10^6$$

3. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις :

$$\alpha) \left(\frac{1}{2}\right)^5 \quad \beta) \left(-\frac{1}{2}\right)^6 \quad \gamma) \left(\frac{1}{3}\right)^4 \quad \delta) \left(-\frac{2}{3}\right)^5$$

4. Να γράψετε με τη μορφή μιας δύναμης τις παραστάσεις :

$$\alpha) 2^5 \cdot 2^7 \quad \beta) 7^{12} : 7^4 \quad \gamma) 5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^7 \quad \delta) \frac{11^{15}}{11^8}$$

5. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

$$\alpha) 7^{10} : 7^8 \quad \beta) 8^5 : 8^3 \quad \gamma) \frac{2^{25}}{2^{21}} \quad \delta) \frac{3^{10}}{3^7} \quad \varepsilon) \frac{(-3)^9}{3^6} \quad \sigma\tau) \frac{(-2)^{15}}{2^{11}}$$

6. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

$$\alpha) 2,5^4 \cdot 4^4 \quad \beta) 28^3 : 7^3 \quad \gamma) 45^4 : 15^4 \quad \delta) (-36)^5 : 18^5 \quad \varepsilon) \frac{(-72)^2}{9^2}$$

7. Να βρείτε τις τιμές των επόμενων παραστάσεων

$$\alpha) \frac{2^5 \cdot 2^{10}}{2^{11}} \quad \beta) \frac{3^{15}}{3^4 \cdot 3^8} \quad \gamma) \frac{7^8 \cdot 7^5}{7^2 \cdot 7^9} \quad \delta) \frac{(-4)^7 \cdot (-4)^9}{(-4)^{10} \cdot (-4)}$$

8. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

$$\alpha) \frac{5^4 \cdot 6^4}{3^4} \quad \beta) \frac{7^5 \cdot 4^5}{14^5} \quad \gamma) \frac{9^3 \cdot 8^3}{3^3 \cdot 4^3} \quad \delta) \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^4 \cdot 5^4$$

9. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

$$\alpha) \frac{(2^4)^5}{2^6 \cdot 2^7} \quad \beta) \frac{(3^7)^5}{(3^8)^4} \quad \gamma) \frac{(5^3)^8 \cdot (5^2)^6}{(5^{11})^3}$$

10. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

$$\alpha) 4 \cdot (-3)^2 + (-2)^3 + (-1)^4$$

$$\beta) 3 \cdot (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2$$

$$\gamma) [(14 - 4^2)^4 + 3^2] : 5 - (7 - 5 \cdot 2)^2$$

Γεωμετρία

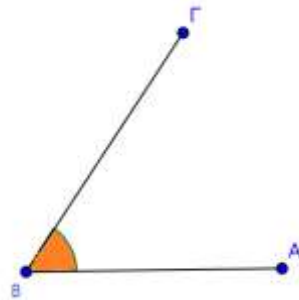
Είδη γωνιών

Γωνία

Συμβολίζεται $\widehat{AB\Gamma}$

AB , AΓ :πλευρές της γωνίας

B: κορυφή της γωνίας

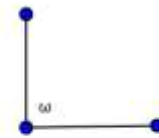


Διχοτόμος γωνίας: είναι η ημιευθεία που χωρίζει τη γωνία σε δύο ίσες γωνίες

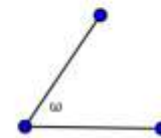
Είδη γωνιών

Ορθή γωνία : είναι η γωνία που έχει μέτρο 90°

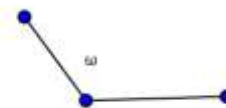
Οι πλευρές της είναι κάθετες



Οξεία γωνία είναι η γωνία που είναι μικρότερη των 90°

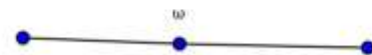


Αμβλεία : είναι η γωνία που είναι μεγαλύτερη των 90°



Ευθεία γωνία : είναι η γωνία που είναι 180°

Οι πλευρές της είναι αντικείμενες ημιευθείες



Κυρτή γωνία είναι κάθε γωνία που είναι μικρότερη των 180°

$$0^\circ < \hat{\omega} < 180^\circ$$

Μη κυρτή είναι η γωνία που είναι μεγαλύτερη των 180° και μικρότερη των 360°

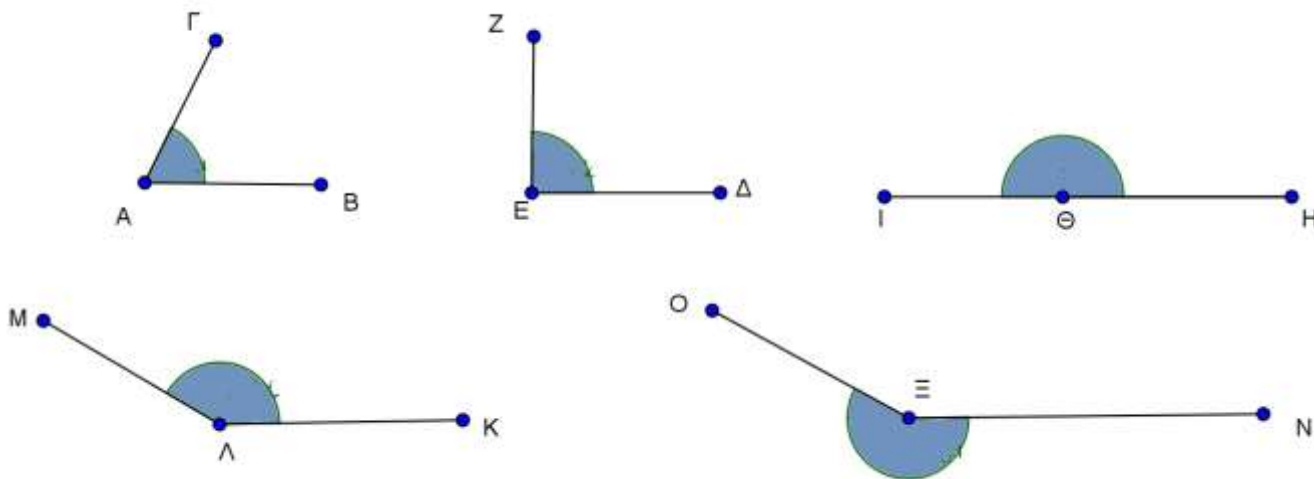
$$180^\circ < \hat{\omega} < 360^\circ$$

Πλήρης : είναι η γωνία που έχει μέτρο 360°

Μηδενική : είναι η γωνία που έχει μέτρο 0°

Ασκήσεις στα είδη γωνιών

1. Να ονομάσετε τις γωνίες που ακολουθούν με τρία γράμματα και να βρείτε το είδος τους



2. Να βρείτε το είδος των παρακάτω γωνιών :
α) 60° β) 120° γ) 90° δ) 160° ε) 235° στ) 360° ζ) 180° η) 0°
3. Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η κάθε γωνία

$$\alpha) \frac{2}{3} \text{ ορθής} \quad \beta) \frac{1}{2} \text{ ορθής} \quad \gamma) \frac{7}{6} \text{ ορθής} \quad \delta) 2 \text{ ορθές} \quad \epsilon) 4 \text{ ορθές}$$

4. Να βρείτε πόσες μοίρες είναι καθεμιά από τις παρακάτω γωνίες
α) $\frac{5}{6}$ της ευθείας β) $\frac{7}{5}$ της ευθείας γ) $\frac{11}{36}$ της πλήρους δ) $\frac{5}{9}$ της πλήρους
5. Να κατασκευάσετε μια ορθή γωνία $\widehat{x\hat{o}y}$. Στη συνέχεια να σχεδιάσετε μια ημιευθεία oz έτσι ώστε η ox να είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{y\hat{o}z}$. Ποιο είναι το είδος της γωνίας $\widehat{y\hat{o}z}$;

6. Μια γωνία $\widehat{x\hat{o}y}$ είναι ίση με τα $\frac{4}{5}$ της ορθής γωνίας

a) Πόσες μοίρες είναι η γωνία $\widehat{x\hat{o}y}$

b) Να σχεδιάσετε τη γωνία $\widehat{x\hat{o}y}$ και να πάρετε σημείο A της οx τέτοιο ώστε $OA=3\text{cm}$ και σημείο B της οy τέτοιο ώστε $OB=4\text{cm}$

c) Να σχεδιάσετε ευθεία ε κάθετη στη οy που να διέρχεται από το A

d) Να σχεδιάσετε ευθεία ζ κάθετη στην οx που να διέρχεται από το B

7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ένα τρίγωνο ABΓ .

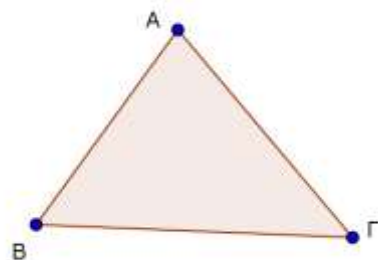
a) Να σχεδιάσετε την ευθεία ε_1 που

διέρχεται από το A και να είναι κάθετη στη ΒΓ

b) Να σχεδιάσετε την ευθεία ε_2 που

διέρχεται από το Γ και είναι κάθετη στην ΑΒ

c) Αν Δ είναι το σημείο τομής των ε_1 και ε_2 , να σχεδιάσετε την ευθεία ΒΔ και με τη βοήθεια του γνώμονα να ελέγξετε αν είναι κάθετη στην ΑΓ



8. Να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις :

a) οι πλευρές της ορθής γωνίας είναι ημιευθείες

b) οι πλευρές της ευθείας γωνίας είναι ημιευθείες

c) πλήρης γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με

d) Οξεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο Των 90°

9. Να χαρακτηρίσεις τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λάθος

a) Ορθή γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με 90°

b) Αμβλεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μεγαλύτερο των 90°

- c) Μη κυρτή γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μικρότερο των 360°
- d) Δύο ευθείες είναι κάθετες όταν οι γωνίες που σχηματίζουν οι ευθείες τεμνόμενες είναι ορθές
- e) Η διχοτόμος μιας ευθείας γωνίας είναι κάθετη στις πλευρές της γωνίας

10. Να αντιστοιχίσετε κάθε γωνία της στήλης Α με την ονομασία της από τη στήλη Β

Στήλη Α	Στήλη Β
α) $\hat{\omega} = 180^\circ$	1. Πλήρης γωνία
β) $\hat{\omega} < 90^\circ$	2. Μηδενική γωνία
γ) $\hat{\omega} = 0^\circ$	3. Αμβλεία γωνία
δ) $\hat{\omega} = 360^\circ$	4. Ευθεία γωνία
ε) $90^\circ < \hat{\omega} < 180^\circ$	5. Οξεία γωνία

11. Να σχεδιάσετε δύο ημιευθείες Οx και Οy που να μην περιέχονται στην ίδια ευθεία. Να σημειώσετε στην Οx το σημείο Α και να σχεδιάσετε τις κάθετες ευθείες από το Α στις Οx και Οy.

12. Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο ΑΒΓ και να φέρετε τις κάθετες από τα σημεία Α, Β, Γ στη ευθεία ΒΓ

Εφεξής – διαδοχικές – συμπληρωματικές – παραπληρωματικές γωνίες

Εφεξής γωνίες

Δύο γωνίες λέγονται εφεξής όταν :

- Έχουν την ίδια κορυφή ,
- Έχουν μια κοινή πλευρά
- Και δεν έχουν κανένα άλλο κοινό σημείο

Διαδοχικές γωνίες

Τρείς ή και περισσότερες γωνίες λέγονται διαδοχικές όταν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και κάθε μία από αυτές είναι εφεξής με την προηγούμενη ή την επόμενη της

Άθροισμα γωνιών

Για να προσθέσω δύο γωνίες πρέπει να είναι διαδοχικές

Παραπληρωματικές γωνίες

Δύο γωνίες $\widehat{\omega}$ και $\widehat{\phi}$ ονομάζονται παραπληρωματικές όταν έχουν άθροισμα 180°

Δηλαδή $\widehat{\omega} + \widehat{\phi} = 180^\circ$

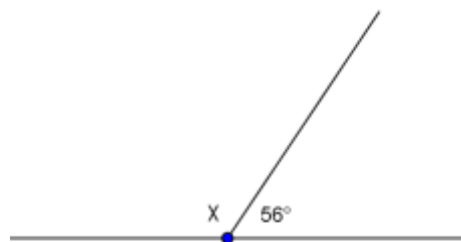
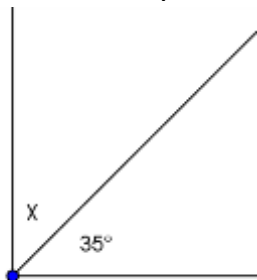
Συμπληρωματικές γωνίες

Δύο γωνίες $\widehat{\omega}$ και $\widehat{\phi}$ λέγονται συμπληρωματικές όταν έχουν άθροισμα 90°

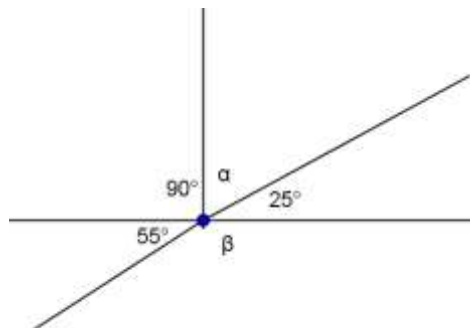
Ασκήσεις στις εφεξής –συμπληρωματικές – παραπληρωματικές γωνίες

1. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις
 - a) γωνίες λέγονται τρείς ή και περισσότερες ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και κάθε μία από αυτές είναι εφεξής γωνία με την προηγούμενη ή την επόμενη της .
 - b) Γωνίες λέγονται δύο γωνίες που έχουν την ίδια κορυφή μια κοινή πλευρά και δεν έχουν άλλο κοινό σημείο .
2. Να σχεδιάσετε τις εφεξής γωνίες $\widehat{xOy} = 74^\circ$ και $\widehat{zOy} = 58^\circ$ και στη συνέχεια:
 - a) να σχεδιάσετε τη διχοτόμο Οδ της γωνίας $\widehat{xOy}$
 - b) Να βρείτε τα μέτρα των γωνιών $\widehat{xOz}$ και $\widehat{dOz}$
3. Να βρείτε τις παραπληρωματικές των παρακάτω γωνιών :
 - a) 50° b) 90° c) 110° d) 180° e) 0° f) 200°
4. Να βρείτε τις συμπληρωματικές των παρακάτω γωνιών :
 - a) 32° b) 45° c) 73° d) 90° e) 0° f) 100°
5. Να σχεδιάσετε μια γωνία 50° και την παραπληρωματική της έτσι , ώστε οι δύο γωνίες να είναι εφεξής .
6. Να σχεδιάσετε μια γωνία 35° και τη συμπληρωματική της έτσι , ώστε οι δύο γωνίες να είναι εφεξής
7. Να σχεδιάσετε μια γωνία 40° και την κατακορυφήν της

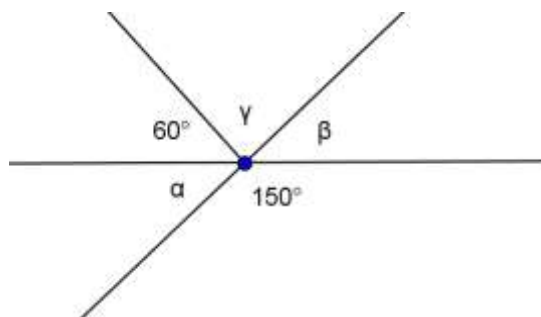
8. Να υπολογίσετε τη γωνία χ σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις



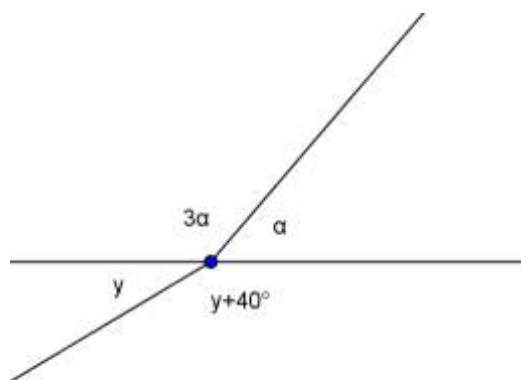
9. Να υπολογίσετε τις γωνίες α και β του διπλανού σχήματος



10. Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ του διπλανού σχήματος



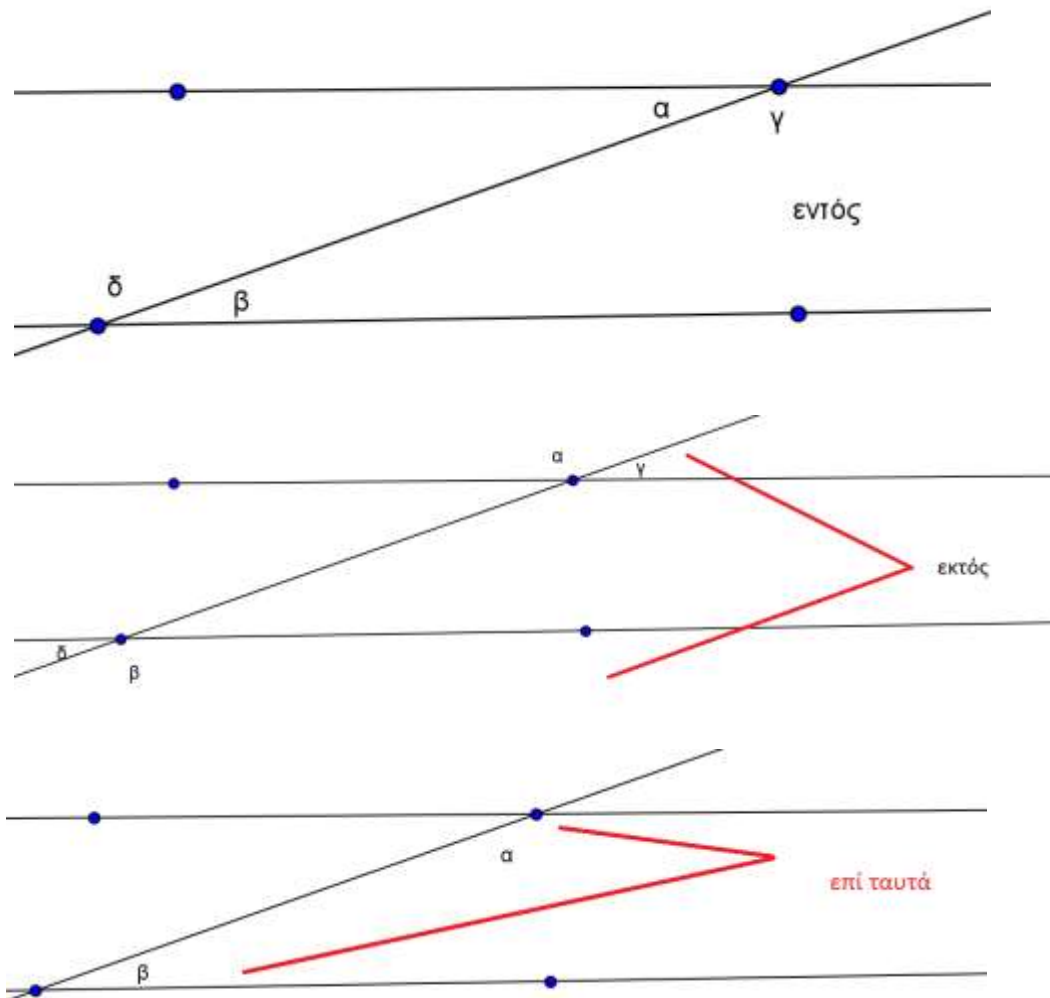
11. Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ του διπλανού σχήματος :

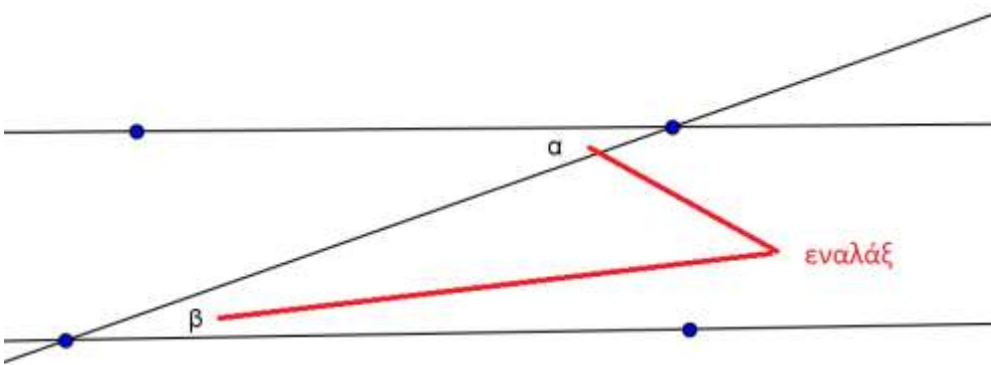


Παράλληλες ευθείες

Παράλληλες ευθείες: Δύο ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και όσο και να τις προεκτείνεις δεν συναντώνται ποτέ . συμβολίζουμε $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$

Γωνίες που σχηματίζονται από δύο παράλληλες και μια τέμνουσα



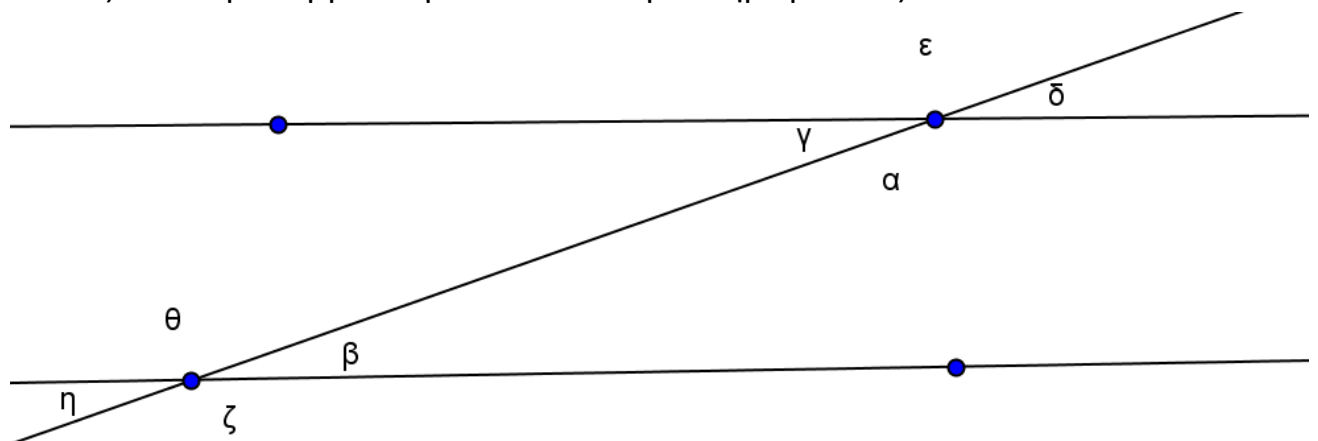


Σχέσεις μεταξύ των γωνιών

- Όλες οι οξείες γωνίες των παραπάνω σχημάτων

είναι ίσες

- Όλες οι αμβλείες γωνίες είναι μεταξύ τους ίσες
- Μία οξεία και μία αμβλεία γωνία είναι παραπληρωματικές



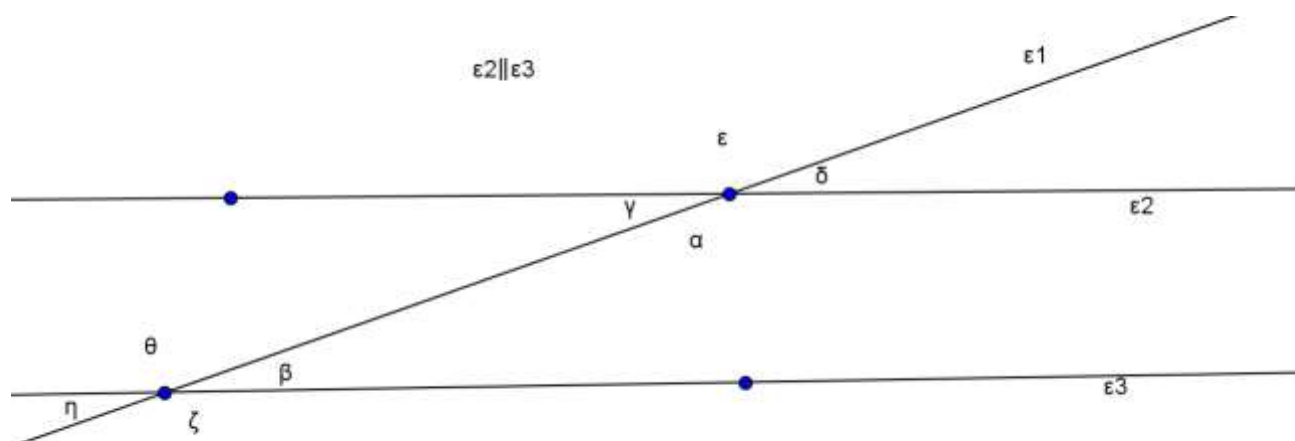
$$\hat{\beta} = \hat{\eta} = \hat{\gamma} = \hat{\delta} \text{ (οξείες)}$$

$$\hat{\alpha} = \hat{\varepsilon} = \hat{\theta} = \hat{\zeta} \text{ (αμβλείες)}$$

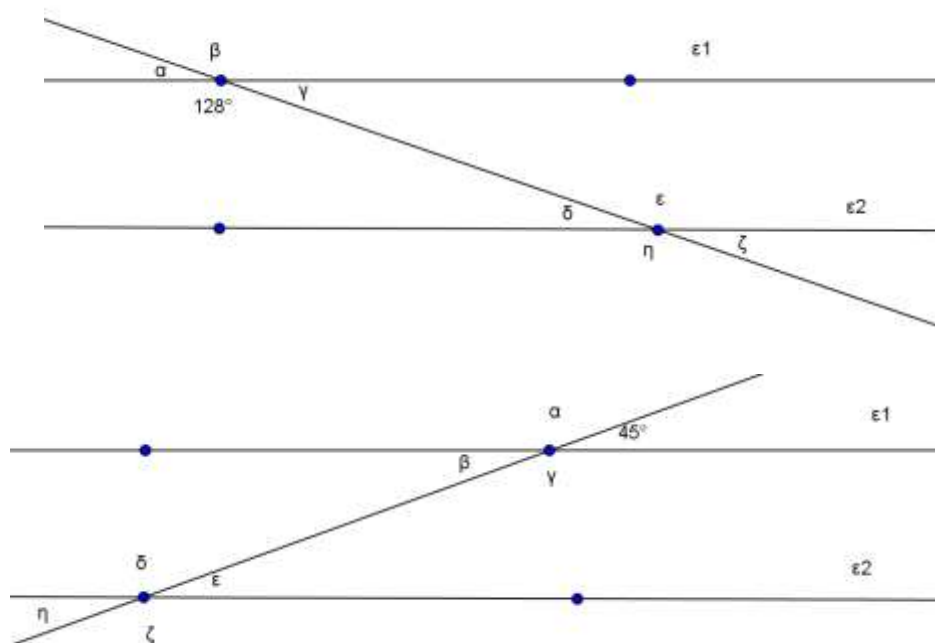
$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ$$

Ασκήσεις στις παράλληλες ευθείες

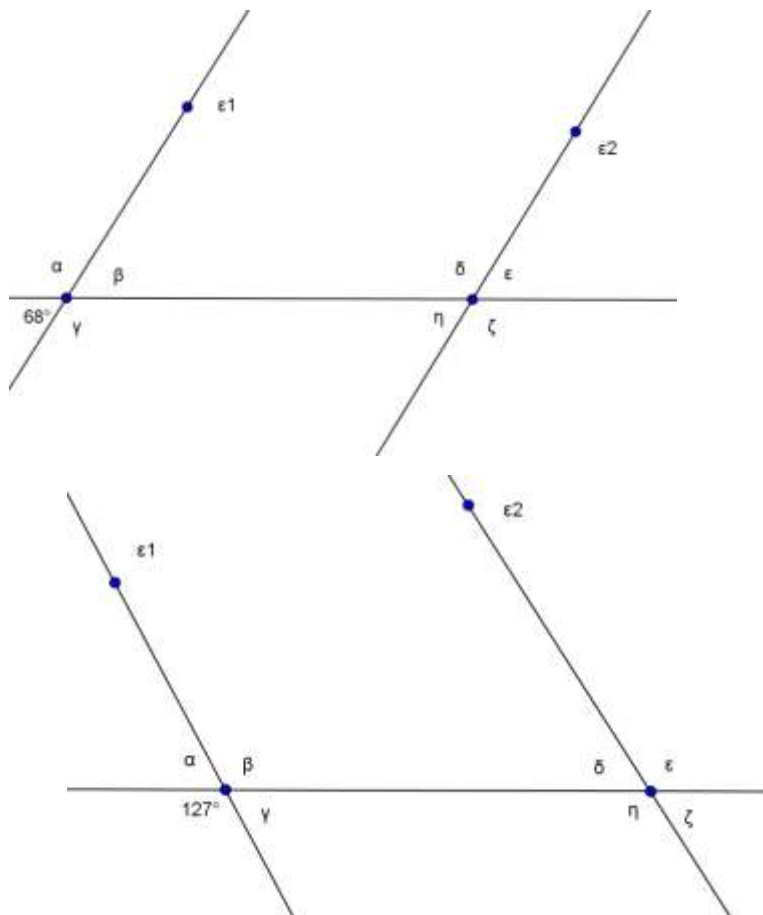
1. Να παρατηρήσετε το διπλανό σχήμα και να σημειώσετε όλα τα ζεύγη :
 - a) Των εντός εναλλάξ γωνιών
 - b) Των εντός εκτός και επί τα αυτά γωνιών
 - c) Των εντός και επί τα αυτά γωνιών



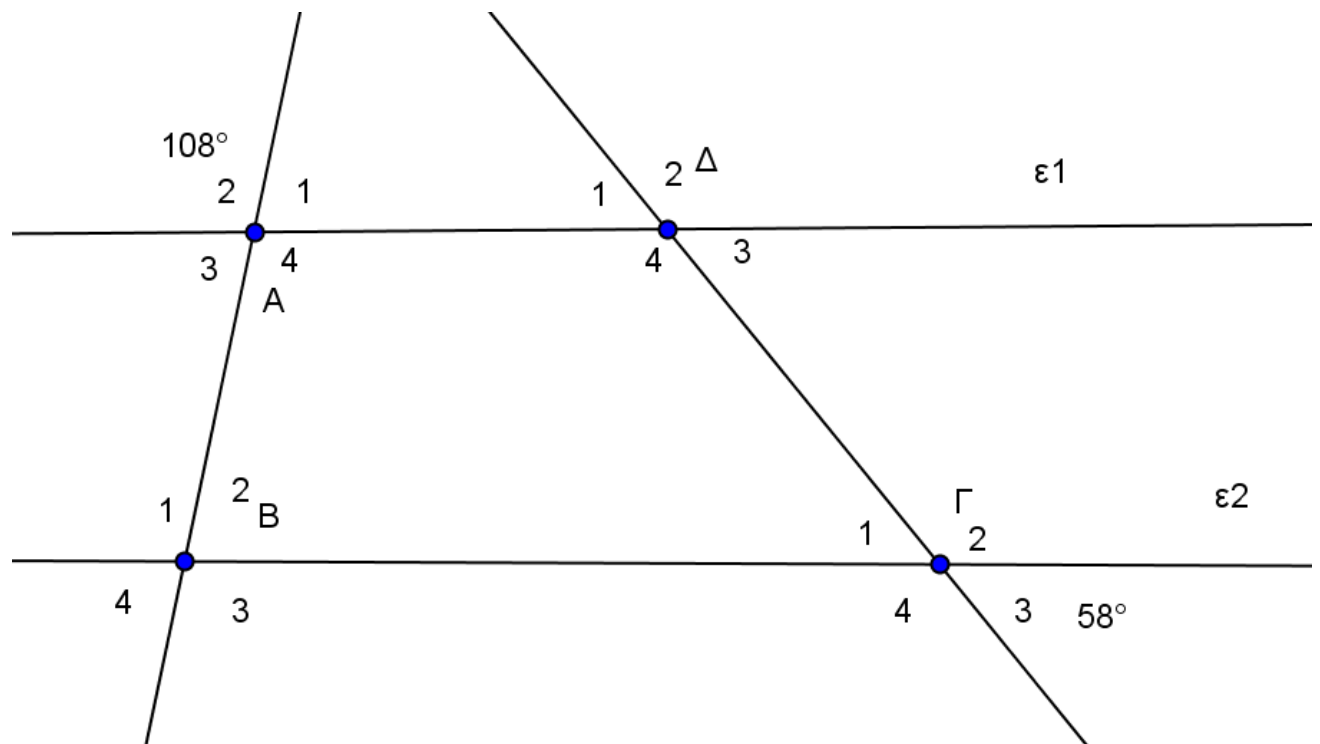
2. Αν $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ να υπολογίσετε τις γωνίες που είναι σημειωμένες σε καθένα από τα επόμενα σχήματα:



3. Αν $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ να υπολογίσετε τις γωνίες που είναι σημειωμένες σε καθένα από τα επόμενα σχήματα .



4. Στο παρακάτω σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. Να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες



Επαναληπτικές ασκήσεις στα Μαθηματικά της Α' Γυμνασίου

- 1) Αν $A = \frac{1}{2} + \frac{3}{5}$ και $B = \frac{3}{5} - \frac{1}{10}$ να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων
 $i) A + B$ $ii) A + 2B$ $iii) A - B$
- 2) Να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων
 $i) A = 2 + 3 \cdot 2 + 4^2 - (3 - 2) \cdot 4$
 $ii) B = 4 \cdot 3^2 + (3 \cdot 12 - 6^2)^{2014}$
- 3) α) Να βρείτε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων
 $i) A = 7 + 3 \cdot 2 - \frac{18}{3}$ $ii) B = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)$
 β) Για $A = 7$ και $B = \frac{2}{5}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\Gamma = \frac{A+B}{AB-1}$
- 4) Έστω $\alpha = 1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ και $\beta = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot 3$
 $i)$ Να υπολογίσετε τις τιμές των α και β
 $ii)$ Να συγκρίνετε τις τιμές των α και β
 $iii)$ Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $K = \alpha - \beta + \alpha\beta + \alpha : \beta$
- 5) α) Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων
 $i) \alpha = 13 - 3 \cdot (3^2 - 2^3) - \frac{21}{3}$ $ii) \beta = 3^4 - 5 \cdot 4^2 - \frac{1}{3}$
 β) Για $\alpha=3$ και $\beta = \frac{2}{3}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$K = \frac{2\alpha - 9\beta}{\alpha^{10} + 3}$$
- 6) οι μαθητές της Α' τάξης ενός Γυμνασίου είναι λιγότεροι από 100 . Αν παραταχθούν σε τριάδες , τετράδες ή πεντάδες περισσεύουν πάντοτε 2 πόσους μαθητές έχει η Α' τάξη ;
- 7) Ένα γυμνάσιο έχει 78 μαθητές από τους οποίους οι 36 είναι στην Α' τάξη και οι 24 στη Β' τάξη . πόσες ομάδες μαθητών μπορούμε να φτιάξουμε , ώστε η κάθε ομάδα να έχει το ίδιο πλήθος μαθητών από κάθε τάξη;

- 8)** Τα $\frac{3}{5}$ των μαθητών ενός γυμνασίου είναι κορίτσια και το πλήθος των αγοριών είναι 42. Να βρείτε:
- a)** Πόσοι είναι οι μαθητές του γυμνασίου
 - b)** Πόσα είναι τα κορίτσια και πόσα είναι τα αγόρια
 - c)** Τα ποσοστά των αγοριών και των κοριτσιών

Προτεινόμενα διαγωνίσματα

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1°

A. Πότε δυο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα; Να γράψετε δύο ισοδύναμα κλάσματα

B. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

α. λέγονται τα κλάσματα που δεν απλοποιούνται .

β. Τα κλάσματα που έχουν διαφορετικό παρονομαστή λεγονται

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν πολλαπλασιάσουμε και τους δυο όρους ενός κλάσματος με το 3, τότε το αρχικό κλάσμα γίνεται 3 φορές μεγαλύτερο.

β. Τα κλασματα $\frac{9}{5}$ και $\frac{3}{4}$ είναι αντίστροφα.

ΘΕΜΑ 2°

A. Στο διπλανό σχήμα είναι $\angle AB\Gamma = 90^\circ$. Να γράψετε

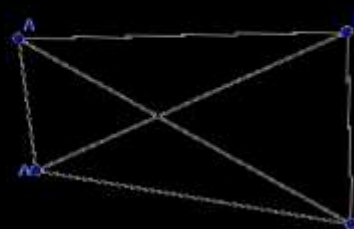
α. Κατακορυφήν

β. Εφεξής

γ. Συμπληρωματικές

δ. Παραπληρωματικές

B. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, ώστε να



α. Μία ευθεία γωνία έχει μέτρο

β. Μια ορθή γωνία έχει μέτρο

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Οι κατακορυφών γωνίες είναι ίσες

β. Οι διαδοχικές γωνίες είναι ίσες .

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Ένας αγρότης καλλιεργεί στο $\frac{1}{3}$ του χωραφιού του βαμβάκι, στο 25% του χωραφιού του σιτάρι και στο $\frac{1}{6}$ του χωραφιού καλαμπόκι. Το υπόλοιπο μέρος του χωραφιού το αφήνει ακαλλιέργητο.

A. Τι ποσοστό του χωραφιού μένει ακαλλιέργητο;

B. Αν το ακαλλιέργητο χωράφι είναι 15 στρέμματα πόσα στρέμματα είναι συνολικά το χωράφι του;

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης

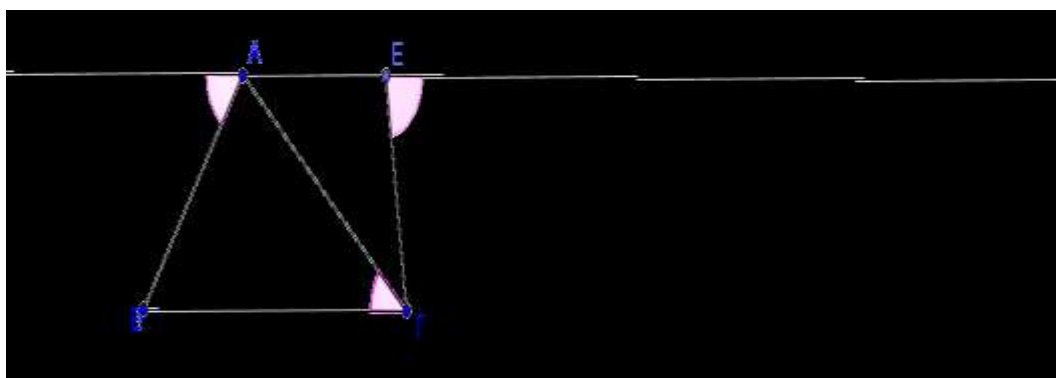
$$K = \frac{1}{3} + 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) + 2 : \frac{4}{3} + \frac{2014}{2014}$$

Β. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$L = 2 \cdot 4^2 - 3 \cdot (3^2 - 2^3) + 25 - 4 \cdot 6$$

Γ. Να συγκριθούν τα κλάσματα $\frac{K}{L}$ και $\frac{13}{30}$

ΘΕΜΑ 3^ο



Στο παραπάνω σχήμα είναι $AE \parallel BG$. Να υπολογίσετε:

Α. Τις γωνίες του τριγώνου AEG .

Β. Τις γωνίες του τριγώνου ABG . Τι είδους τρίγωνο είναι το ABG ως προς τις γωνίες του;

Γ. Είναι $AE=EG$; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1°

A. Πότε δυο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα ; Να γράψετε δύο κλάσματα που είναι ισοδύναμα.

B. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

α. Δυο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι, όταν

β. Ομώνυμα κλάσματα λέγονται εκείνα που έχουν

γ. Για να πολλαπλασιάσουμε δυο κλάσματα

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Το κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί λέγεται ανάγωγο.

β. Για να συγκρίνουμε ετερόνυμα κλάσματα συγκρίνουμε τους αριθμητές των κλασμάτων.

γ. Για να αφαιρέσουμε δύο ετερόνυμα κλάσματα πρέπει πρώτα να τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα.

ΘΕΜΑ 2°

A. Πότε δυο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές; Αν μια γωνία είναι 65° πόσες μοίρες είναι η παραπληρωματική της γωνία;

Β. Να αντιστοιχίσετε κάθε γωνία ω της στήλης Α με την αντίστοιχη ονομασία της από τη στήλη Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. $\omega = 180^\circ$	1. Πλήρης γωνία
β. $\omega < 90^\circ$	2. Μηδενική γωνία
γ. $\omega = 0^\circ$	3. Αμβλεία γωνία
δ. $\omega = 360^\circ$	4. Ευθεία γωνία
ε. $90^\circ < \omega < 180^\circ$	5. Οξεία γωνία

Γ. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, ώστε να προκύψει αληθής πρόταση:

Εφεξής γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την κορυφή , μια κοινή..... και δεν έχουν κανένα άλλο κοινό

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$a = 2 \times 3^2 + 2 \times (3^3 - 5^2)^3 - (3^2 - 2 \times 4)^{2013}$$

$$b = 4^2 : 2 + (15 + 5) : 4 - 8$$

Α. Να αποδείξετε ότι $a = 33$

Β. Να αποδείξετε ότι $b = 5$

Γ. Ποιος αριθμός από τους a και b είναι πρώτος και ποιος σύνθετος;

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να γράψετε την αντιμεταθετική και την προσεταιριστική ιδιότητα της πρόσθεσης.

B. Να γράψετε σε μορφή δύναμης τις παρακάτω παραστάσεις:

i) $a^{\cancel{X}a}$

ii) $x^{\cancel{X}x}$

iii) $1^{\cancel{X}X}\dots 1$ (ν φορές)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Από δυο ομώνυμα κλάσματα μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει τον μικρότερο παρονομαστή.

β. Για να προσθέσουμε δύο ομώνυμα κλάσματα πρώτα προθέτουμε τους παρονομαστές τους.

γ. Ετερώνυμα κλάσματα είναι αυτά που έχουν διαφορετικούς παρονομαστές.

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Ποιο τρίγωνο ονομάζεται σκαληνό, ποιο οξυγώνιο και ποιο ορθογώνιο;

B. Να σχεδιάσετε ένα τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ και να φέρετε το ύψος που αντιστοιχεί στην κορυφή Α καθώς και τη διάμεσο που αντιστοιχεί στην πλευρά ΑΒ.

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Παραπληρωματικές ονομάζονται οι γωνίες που έχουν άθροισμα 90°

β. Οι κατακορυφήν γωνίες είναι πάντα ίσες .

γ. Οι συμπληρωματικές γωνίες έχουν άθροισμα 90°

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\text{i) } x - 5 = 3$$

$$\text{ii) } \frac{3}{x} = \frac{6}{8}$$

$$\text{iii) } \frac{3x - 5}{2} = 2 + \frac{3}{4}$$

ΘΕΜΑ 2°

Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ομώνυμα:

$$\text{i) } \frac{1}{3} \quad \text{και} \quad \frac{2}{5}$$

$$\text{ii) } \frac{3}{5} \quad \text{και} \quad \frac{7}{20}$$

$$\text{iii) } \frac{3}{2} \quad \text{και} \quad \frac{1}{7}$$

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $A=90^\circ$

A. Να σχεδιάσετε το τρίγωνο.

B. Να υπολογίσετε τις γωνίες Β και Γ.

Γ. α. Να φέρετε τη διχοτόμο της γωνίας A και να ονομάσετε M το σημείο στο οποίο αυτή τέμνει την πλευρά BG. Κατόπιν να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B\hat{A}M}$ και $\hat{G\hat{A}M}$. Τι παρατηρείτε;

β. Να δείξετε ότι η AM είναι ταυτόχρονα και ύψος που αντιστοιχεί στην πλευρά BG.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 4

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ;

B. Πως συγκρίνουμε δύο κλάσματα όταν:

α. είναι ομώνυμα , β. είναι ετερόνυμα και γ. έχουν ίδιο αριθμητή ;

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Ποιες γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές και ποιες παραπληρωματικές;

B. Ποιες γωνίες ονομάζονται κατακορυφή ; Ποια η μεταξύ τους σχέση;

Να σχεδιάσετε δύο κατακορυφήν γωνίες.

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δύο ανάλογα ποσά x και y συνδέονται με την σχέση $y = 3x$.

A. Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών που αφορά στα ποσά x και y

x	2		5	
-----	---	--	---	--

y		12		21
---	--	----	--	----

Β. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση για την παραπάνω σχέση αναλογίας.

ΘΕΜΑ 2°

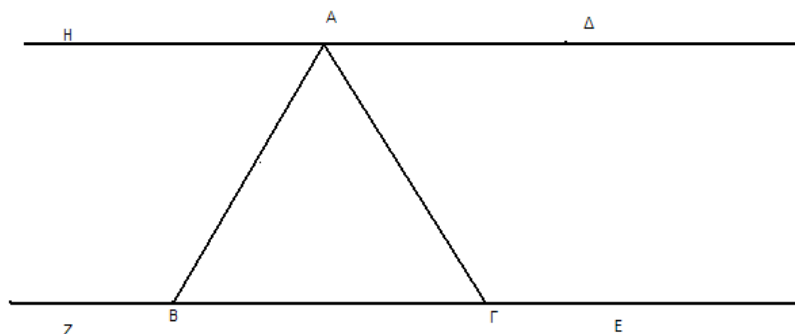
Να εκτελέσετε τις πράξεις στις επόμενες παραστάσεις:

$$A = -(-3 \cdot 4 + 7 - 12) - 4(5 - 13 - 6 + 20) \text{ και } B = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} : \frac{2}{3} - \frac{5}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

ΘΕΜΑ 3°

Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ σχηματίζεται μεταξύ παραλλήλων ευθειών.

Αν ισχύουν $\widehat{HAB} = 63^\circ$ και $\widehat{BGA} = 57^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{ABG}$, $\widehat{BAG}$, και $\widehat{AGE}$



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 5

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Πότε δυο κλάσματα ονομάζονται ομώνυμα και πότε ετερώνυμα; Να δοθούν ως παράδειγμα δύο κλάσματα ομώνυμα και δύο ετερώνυμα.

B. Αν δυο κλάσματα έχουν τον ίδιο αριθμητή, ποιο είναι το μεγαλύτερο; Να δώσετε ένα παράδειγμα.

Αν δυο κλάσματα έχουν τον ίδιο παρονομαστή, ποιο είναι το μικρότερο; Να δώσετε ένα παράδειγμα.

Γ. Πότε δυο κλάσματα είναι ισοδύναμα; Να βρείτε τρία κλάσματα ισοδύναμα με το $\frac{2}{3}$.

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Ποιες γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές, ποιες συμπληρωματικές και ποιες κατακορυφήν. Να δοθεί από ένα παράδειγμα.

B. Ποια είναι τα είδη των τριγώνων, ως προς τις γωνίες τους; Να δώσετε τους ορισμούς και από ένα παράδειγμα στην κάθε περίπτωση.

Γ. Ποιες γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν; Ποια είναι η μεταξύ τους σχέση;

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = (4X^2 - 5X)^5 + 2^3 X + 1$$

$$B = \frac{1}{2} + 3\frac{\zeta}{\theta} - \frac{5}{6} + \frac{1}{12}\frac{\phi}{\psi}$$

$$G = \frac{\zeta}{\theta} - \frac{2\phi^2}{3\psi} + 5^2 - 4X$$

ΘΕΜΑ 2^ο

Τα ποσά x και y που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα είναι ανάλογα.

x	1		3	5
y		4	6	

A. Να αντιγράψετε τον παραπάνω πίνακα στη κόλα σας και να τον συμπληρώσετε

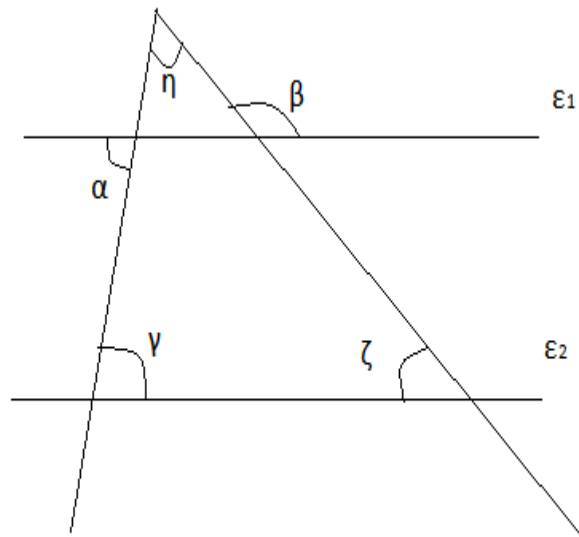
B. Ποιός ο συντελεστής αναλογίας;

Γ. Αν x ο χρόνος σε ώρες και y τα μίλια που διανύει ένας κωπηλάτης με το κανό του, σε πόσες ώρες θα διανύσει απόσταση 12 μιλίων;

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες. Δίνονται οι γωνίες $a = 60^\circ$ και $b = 130^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες g , h και z .

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 6

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Τι ονομάζονται πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού α και ποια είναι τα πέντε πρώτα πολλαπλάσια του;

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση είναι:

$$a \times (b - g) = a \times b - g$$

β. Η ισότητα: $200 = 12 \cdot 15 + 20$ αποτελεί αλγόριθμο ευκλείδειας διαίρεσης.

γ. Δύο αριθμοί α και β λέγονται πρώτοι μεταξύ τους αν είναι $\text{ΜΚΔ}(\alpha, \beta) = 1$

Γ. α. Να γραφούν με πιο σύντομο τρόπο οι παρακάτω παραστάσεις:

$$\text{α)} \quad x \times x \times x + y + y \quad \text{και} \quad \text{β)} \quad x \times y \times x \times y \times x$$

β. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, ώστε να προκύψει αληθής πρόταση:

Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9, αν το των ψηφίων του διαιρείται με το ή το αντίστοιχα.

ΘΕΜΑ 2°

A. Τι ονομάζεται κύκλος;

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ευθεία γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με 360° .

β. Συμπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180° .

γ. Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου, είναι ίσες.

Γ. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

α. Μη κυρτή γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μεγαλύτερο των

και μικρότερο των

β. Εφεξής γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την ,

μία και δεν έχουν κανένα άλλο

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνονται οι παρακάτω παραστάσεις:

$$a = (2X^2 + 3X^1) : (7X^2 - 2^3) \quad \text{και} \quad b = \frac{7}{2} : \frac{\zeta}{\theta} 3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3}\frac{\phi}{\psi}$$

A. Να υπολογίσετε τις τιμές των α και β .

B. Αν $a = 4$ και $b = 3$ οι τιμές των παραστάσεων του (A) ερωτήματος, τότε να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$P = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{7}{12}$$

και να κάνετε το κλάσμα που θα βρείτε ανάγωγο.

Γ. Αν $a=4$ και $b=3$ τότε να εξετάσετε αν ο αριθμός $g = a^2 + b^3 - 1^{2013}$, διαιρείται με το 2 και το 3 συγχρόνως.

ΘΕΜΑ 2°

Σε μια ομάδα ποδοσφαίρου του νησιού μας, συμμετείχαν 3 μέτοχοι που διέθεσαν συνολικά 80.000 €. Ο πρώτος (Α) μέτοχος διέθεσε τα $\frac{5}{8}$ του συνολικού ποσού.

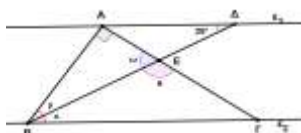
Ο δεύτερος (Β) μέτοχος διέθεσε το 40% του ποσού που διέθεσε ο (Α). Το υπόλοιπο ποσό το διέθεσε ο τρίτος (Γ) μέτοχος.

Α. Να βρείτε το ποσό του (Α) μετόχου.

Β. Το ποσό του (Β) μετόχου.

Γ. Το ποσό και το ποσοστό επί τοις εκατό του (Γ) μετόχου σε σχέση με το συνολικό ποσό που διατέθηκε.

ΘΕΜΑ 3°



Στο παραπάνω σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες ($\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$), η $B\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}BG$, η γωνία $\hat{B}AG = 90^\circ$ και η γωνία $\hat{A}DB = 25^\circ$.

A. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{x}$ και $\hat{y}$.

B. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{w}$ και $\hat{q}$.

Γ. Τι τρίγωνο είναι το $AB\Delta$ ως προς τις γωνίες του και ως προς τις πλευρές του;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 7

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Τι ονομάζεται πρώτος αριθμός; Να γράψετε δύο πρώτους αριθμούς.

B. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά , ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

α. Στην δύναμη 9^{2014} το 9 λέγεται.....της δύναμης και το 2014.....

β. Ένας αριθμός λέγεται σύνθετος όταν έχει περισσότερους από
διαιρέτες.

γ. Για να βρούμε τα πολλαπλάσια ενός αριθμού πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό με όλους τους αριθμούς.

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. $5^2 = 10$

β. $10^5 = 100000$

γ. $1^{2014} = 2014$

δ. $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = 5x$

ΘΕΜΑ 2°

A. Τι ονομάζεται διχοτόμος μιας γωνίας;

B. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

α. Ευθεία γωνία λέγεται η γωνία που ισούται με

β. Συμπληρωματικές λέγονται οι γωνίες που έχουν άθροισμα

γ. Σκαληνό ονομάζεται το τρίγωνο που έχει όλες τις πλευρές του.....

δ. Το τρίγωνο που έχει μία γωνία αμβλεία λέγεται.....

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Μία γωνία που έχει μέτρο ίσο με 185° είναι αμβλεία.

β. Το ισοσκελές τρίγωνο έχει και τις τρεις πλευρές του ίσες.

γ. Όλα τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι οξυγώνια.

δ. Ένα ισοσκελές τρίγωνο δεν μπορεί να είναι αμβλυγώνιο.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$K = (24 - 18E^2) - (12E^4 - 2)^5 + 2X^2 - (5 - 3)^3 \quad \text{και} \quad L = \frac{\frac{1}{3} - \frac{3}{2}X^2}{3\frac{3}{8} - \frac{1}{4}E^2}$$

Α. Να εκτελέσετε τις πράξεις και να δείξετε ότι $K=24$ και $L=\frac{1}{26}$

Β. Να βρείτε τον αντίστροφο του L από το ερώτημα (Α) και να τον ονομάσετε M .

Γ. Αφού αναλύσετε τα K και M σε γινόμενο πρώτων παραγόντων να βρείτε το $\text{ΕΚΡ}(K, M)$ και τον $\text{ΜΚΔ}(K, M)$, όπου τα K, M είναι οι αριθμοί από τα ερωτήματα (Α) και (Β).

ΘΕΜΑ 2^ο

Α. Να εκτελέσετε τις πράξεις, ώστε να βρείτε την τιμή των παραστάσεων K, L , και M .

$$(i) K = (+3) + (-4) \quad (ii) L = \frac{\zeta}{\theta} - \frac{1}{2} \frac{\phi}{\psi} + \frac{\zeta}{\theta} - \frac{3}{2} \frac{\phi}{\psi} \quad (iii) M = (-20) - (-14)$$

B. Να βάλετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς K, L, M που βρήκατε στο ερώτημα (A).

Γ. Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$(K) - (L) + (M) + (+2014) - (-2001)$$

αντικαθιστώντας τα K, L και M με τους αριθμούς που βρήκατε στο ερώτημα (A).

ΘΕΜΑ 3^ο

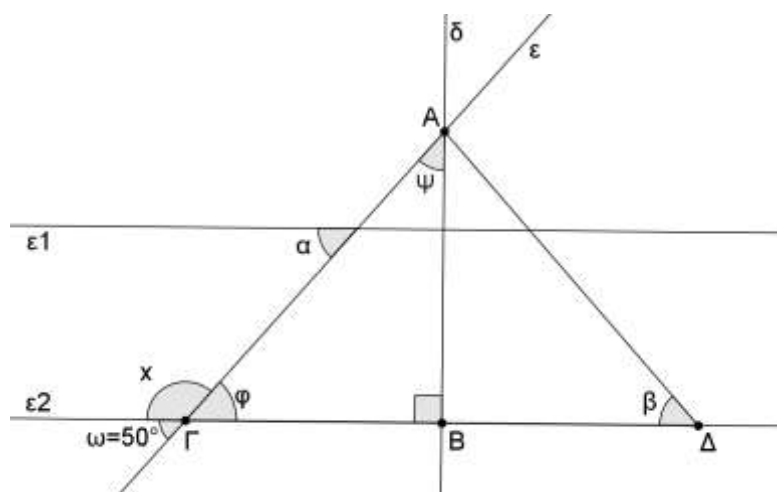
Στο επόμενο σχήμα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$, $w = 50^\circ$ και η ευθεία δ είναι μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος $\Theta\Delta$.

A. Να υπολογίσετε τις γωνίες f, x, a και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

B. Να υπολογίσετε την γωνία γ δικαιολογώντας την απάντησή σας και να γράψετε τι είδους

τρίγωνο είναι το $AB\Gamma$ ως προς τις γωνίες του.

Γ. Να υπολογίσετε την γωνία β και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 8

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να γράψετε με πιο σύντομο τρόπο τις επόμενες παραστάσεις:

α. $x+x+x+x$

β. $k \cancel{x} + x \cancel{x} \cancel{x}$

γ. $4x+2x-3x$

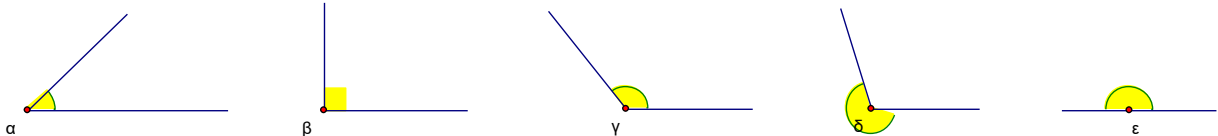
B. Αν Δ είναι ένας φυσικός αριθμός ποια μπορεί να είναι τα υπόλοιπα της ευκλείδειας διαίρεσης Δ:5;

Γ. Μπορεί η ισότητα $46=5 \cdot 8+6$ να εκφράζει αλγόριθμο ευκλείδειας διαίρεσης; Αν ναι, να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά:

$\Delta=.....$, $\delta=.....$, $\pi=.....$, $\upsilon=.....$

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να χαρακτηρίσετε τις γωνίες α, β, γ, δ, ε που δίνονται στα επόμενα σχήματα:



B. α. Πότε δυο γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές;

β. Να υπολογίσετε τη συμπληρωματική της γωνίας $\alpha=37^\circ$

Γ. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, ώστε να ποκύψει αληθή πρόταση:

Κατακορυφήν γωνίες ονομάζονται δυο γωνίες που έχουν κορυφή και τις δυο πλευρές τους ημιευθείες.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$K = 2 + 2x + (2^3 - 6) \quad \text{και} \quad L = \frac{5}{4} - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}$$

A. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης K.

B. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης L.

Γ. Ποια είναι η τιμή του x , ώστε να ισχύει $\frac{x}{5} = \frac{L}{K}$, όπου $K=10$ και $L=2$

ΘΕΜΑ 2^ο

Στον πίνακα που δίνεται, τα ποσά x, y είναι ανάλογα:

x	3		5
y	6	8	

A. Να βρείτε τον συντελεστή αναλογίας α .

Β. Να βρείτε τη σχέση με την οποία συνδέονται τα ανάλογα ποσά x , y .

Γ. Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.

Δ. Αν $y=30$, να βρείτε την αντίστοιχη τιμή του x .

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο επόμενο σχήμα έχουμε τις παράλληλες ευθείες e_1 και e_2 με $e_1 // e_2$ οι οποίες τέμνονται από την ευθεία e .

Να υπολογίσετε:

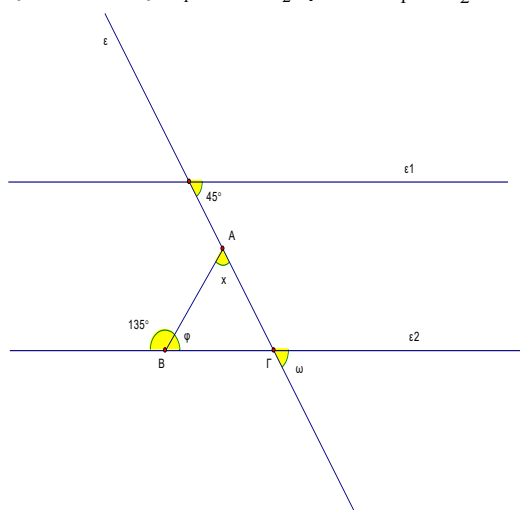
Α. Τη γωνία ϕ

Β. Τη γωνία ω

Γ. Τη γωνία x

Δ. Να βρείτε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις γωνίες του και ως προς τις πλευρές του.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 9

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1°

A. Ποια γωνία λέγεται:

α. ορθή, β. αμβλεία και γ. ευθεία γωνία;

Να σχεδιάσετε μία από το κάθε είδος.

B. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές και πότε συμπληρωματικές; Να κάνετε ένα σχετικό σχήμα για κάθε περίπτωση.

Γ. Πότε δύο ευθείες του ίδιου επιπέδου λέγονται παράλληλες;

ΘΕΜΑ 2°

A. Πότε ένα τρίγωνο ονομάζεται ορθογώνιο και πότε αμβλυγώνιο; Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο και ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο.

B. Να γράψετε τι ονομάζουμε διάμεσο ενός τριγώνου. Να φέρετε μία διάμεσο σε ένα τυχαίο τρίγωνο.

Γ. Να αναφέρετε τα είδη του τριγώνου με κριτήριο τις πλευρές του.

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

A. Να εκτελέσετε τις πράξεις:

$$3^3 \cdot (9 - 2^3) - 2^3 \cdot (11 - 3^2).$$

B. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$10,44 : (5,2 + 3,5).$$

Γ. Να εκτελέσετε τις πράξεις:

$$\frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} + (\frac{1}{2})^2}{(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}) \cdot \frac{3}{4}}.$$

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Ποια θα είναι η τιμή πώλησης ενός δοχείου λαδιού, αξίας 50 ευρώ, με επιβάρυνση ΦΠΑ 23% ;

B. Σε ένα κατάστημα ρούχων γίνεται έκπτωση 30% σε όλα τα είδη. Να βρείτε την τιμή πώλησης ενός φορέματος, αν είχε αρχική τιμή 75 ευρώ.

Γ. Ένα ηχοσύστημα για το αυτοκίνητο έχει αρχική τιμή 450 ευρώ. Έγινε έκπτωση και τελικά πληρώσαμε 360 ευρώ. Ποιο είναι το ποσοστό % της έκπτωσης;

ΘΕΜΑ 3^ο

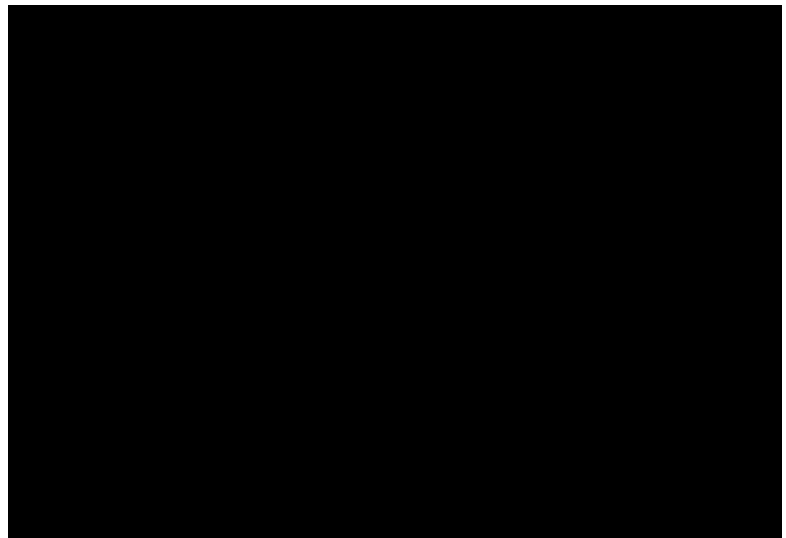
Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες.

Να υπολογίσετε:

A. τις γωνίες χ και β .

B. τις γωνίες α και θ .

Γ. τις γωνίες ω και γ .



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 10

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Στο σημείο $A(1, 2)$ το 1 είναι η τεταγμένη .

β. Τα ποσά x και y στον επόμενο πίνακα είναι ανάλογα .

x	2	4	6
y	5	10	20

γ. Τα ποσά x και y στον επόμενο πίνακα είναι αντιστρόφως ανάλογα .

x	1	2	3	6
y	6	3	2	1

δ. Στη σχέση $y=2x$ τα ποσά x, y είναι ανάλογα .

ε. Τα σημεία $A(2, 0)$ και $B(4, 0)$ βρίσκονται στον ημιάξονα Ox

Β. Πόσες μοίρες είναι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου;

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Ποιες γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές ;

B. Ποιες γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν; Οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες ;

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να εκτελέσετε τις επόμενες πράξεις:

A. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$

B. $3 - \frac{\zeta}{2} - \frac{1}{3} \varphi$

Γ. $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \chi - \frac{1}{2}$

Δ. $\frac{3}{5} : 2 + \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να λύσετε την εξίσωση:

$$2x + 6 = 12$$

B. Να υπολογίσετε το γινόμενο:

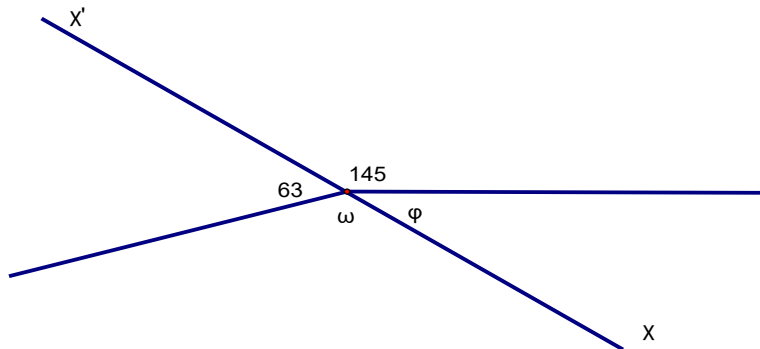
$$(-1) \chi (+2) \chi (-2) \chi (-4) \chi (+4)$$

Γ. Να υπολογίσετε την παράσταση:

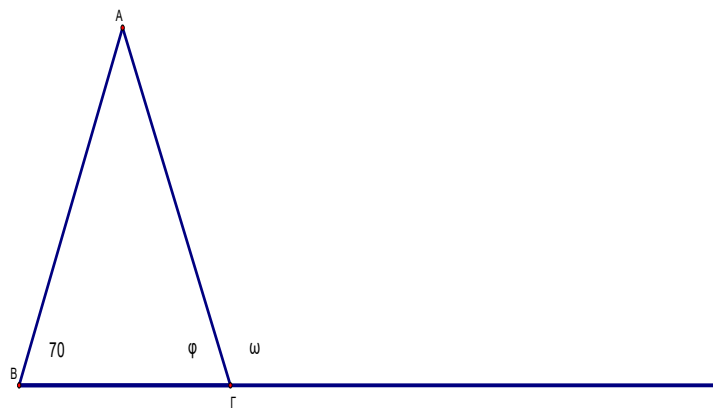
$$(-5 + 2) - (3 - 7 + 1)$$

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Να υπολογίσετε τις γωνίες ω και ϕ του επόμενου σχήματος :



B. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{j}$, $\hat{\omega}$ και $\hat{A}$ του επόμενου σχήματος. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 11

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο :

A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σε καθένα από τα επόμενα ερωτήματα :

α. Το κλάσμα $\frac{5}{6}$ είναι ισοδύναμο με το

(i) $\frac{10}{8}$

(ii) $\frac{15}{20}$

(iii) $\frac{20}{24}$

β. Το κλάσμα $\frac{12}{5}$ είναι

(i) μικρότερο από 1

(ii) μεγαλύτερο από 1

(iii) ίσο με 1

γ. Ο μεικτός αριθμός $4\frac{2}{3}$ σημαίνει

(i) $\frac{4+2}{3}$

(ii) $4 + \frac{2}{3}$

(iii) $4 \cdot \frac{2}{3}$

δ. Αν $\frac{\alpha}{4} = \frac{9}{12}$, τότε ο αριθμός α είναι ίσος με

(i) 2

(ii) 3

(iii) 8

ε. Το $\frac{1}{5}$ του αριθμού 10 είναι

(i) 15

(ii) 50

(iii) 2

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση

είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Οι αριθμοί $2\frac{3}{4}$ και $\frac{4}{11}$ είναι αντίστροφοι.

β. Ισχύει $\frac{3}{8} > \frac{3}{10}$

γ. Τα κλάσματα $\frac{9}{12}$ και $\frac{6}{8}$ είναι ισοδύναμα.

δ. Ισχύει $2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{4} = 5\frac{2}{7}$

ε. Το κλάσμα $\frac{12}{27}$ είναι ανάγωγο.

ΘΕΜΑ 2° :

A. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν δύο από τις γωνίες ενός τριγώνου είναι 30° και 60° , τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

β. Οξυγώνιο τρίγωνο λέγεται το τρίγωνο εκείνο που έχει μια οξεία γωνία.

γ. Ένα ισοσκελές τρίγωνο είναι πάντα οξυγώνιο.

δ. Στο ισόπλευρο τρίγωνο, κάθε διάμεσος είναι ύψος και διχοτόμος.

ε. Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο, όλες οι γωνίες είναι ίσες.

B. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, με την κατάλληλη σε κάθε περίπτωση λέξη, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

α. Ένα τρίγωνο το οποίο έχει όλες τις πλευρές του άνισες, ονομάζεται

- β.** Παραλληλόγραμμο λέγεται το τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές
- γ.** Το παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες ονομάζεται
- δ.** Οι παράλληλες πλευρές ενός τραπεζίου ονομάζονται του τραπεζίου
- ε.** Το τετράγωνο είναι ταυτόχρονα και ρόμβος

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

$$\alpha = 3^2 + 2^3 - 5 \quad \text{και} \quad \beta = 5 \cdot (4^2 - 9) - 35 : 7$$

B. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ μέχρι να γίνει ανάγωγο.

Γ. Να αναλύσετε τους αριθμούς α και β σε γινόμενα πρώτων παραγόντων.

Δ. Να βρείτε το ΕΚΠ και τον ΜΚΔ των αριθμών α και β .

(όπου α και β είναι οι αριθμοί που βρήκατε στο ερώτημα (A))

ΘΕΜΑ 2^ο

Η ετήσια παραγωγή ενός γεωργού ήταν 640 κιλά πορτοκάλια. Από αυτά, πούλησε τα $\frac{3}{4}$ σε εμπόρους και το 20% σε εργοστάσιο αναψυκτικών.

Κατόπιν, πούλησε μόνος του στη λαϊκή τα $\frac{5}{8}$ από τα υπόλοιπα.

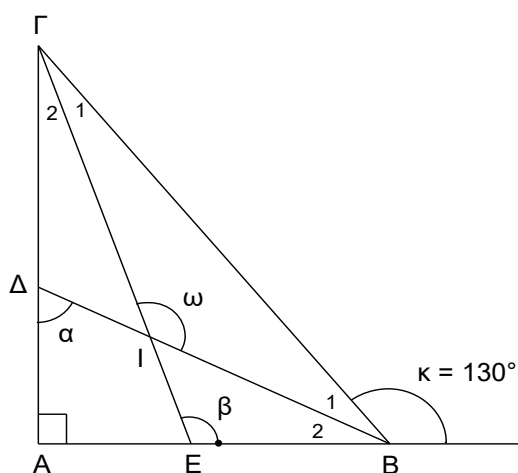
A. Πόσα κιλά πούλησε στους εμπόρους και πόσα στο εργοστάσιο ;

Β. Πόσα κιλά πούλησε στη λαϊκή ;

Γ. Πόσα κιλά του περίσσεψαν τελικά ;

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) με διχοτόμους $B\Delta$ και ΓE , οι οποίες τέμνονται στο σημείο I . Η γωνία $\kappa = 130^\circ$



Να υπολογίσετε :

Α. Τις γωνίες $\hat{A}BG$ και $\hat{A}GB$ του τριγώνου $AB\Gamma$

Β. Τη γωνία $BIG = \omega$

Γ. Τη γωνία α

Δ. Τη γωνία β

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 12

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Ποια είναι η μονάδα μέτρησης γωνιών; Τι ονομάζουμε διχοτόμο μιας γωνίας;

(Να γίνει ένα σχετικό σχήμα).

B. Ποια γωνία ονομάζουμε οξεία; (Να γίνει ένα σχετικό σχήμα). Μπορούν δύο οξείες γωνίες να είναι συμπληρωματικές; (δώστε ένα δικό σας παράδειγμα)

Γ. Τι ονομάζουμε διάμετρο και τι ακτίνα ενός κύκλου; (Να γίνει ένα σχετικό σχήμα).

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Πότε δύο κλάσματα είναι αντίστροφα;

B. Πότε δύο κλάσματα ονομάζονται ομώνυμα και πότε ετερόνυμα;

Γ. Όταν έχουμε πολλαπλασιασμό δύο αρνητικών αριθμών το αποτέλεσμα είναι θετικός αριθμός; (Δώστε ένα δικό σας παράδειγμα με δύο αρνητικούς αριθμούς).

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να βρείτε τα αποτελέσματα και όπου είναι δυνατόν να τα απλοποιήσετε:

A. $\frac{1}{3} + \frac{8}{3}$, $\frac{6}{3} - \frac{2}{3}$, $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$, $\frac{7}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{4}$

B. $2 \times (7 + 7 \times 9) + 6^2$, $\frac{5}{7} \times \frac{6}{3} \times \frac{5}{8}$

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να γράψετε σε μορφή ποσοστών τα παρακάτω κλάσματα:

$$\frac{4}{100}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{20}{50}, \quad \frac{24}{25}, \quad \frac{9}{36}$$

B. Να γράψετε σε μορφή κλασμάτων τα ποσοστά:

$$10\%, \quad 33\%, \quad 125\%$$

Γ. Σε ένα γυμνάσιο με συνολικά 400 μαθητές, το 52% των μαθητών είναι κορίτσια.

Πόσα είναι τα κορίτσια και πόσα τα αγόρια;

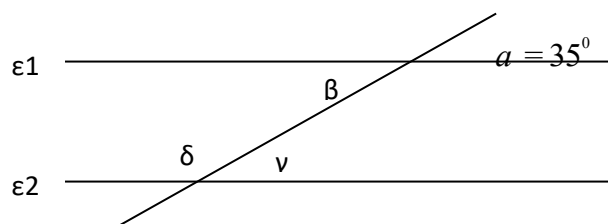
Δ. Ένα κατάστημα κάνει έκπτωση 45% σε κάποιο παντελόνι που αρχικά κοστίζει 120€.

Πόσο πρέπει να πληρώσουμε για να το αγοράσουμε;

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Εάν σε ένα τρίγωνο η μία γωνία είναι 35° και η άλλη είναι 45° τότε πόσες μοίρες είναι η τρίτη γωνία; Είναι το τρίγωνο αμβλυγώνιο;

B. Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες e_1 και e_2 είναι παράλληλες. Να βρείτε πόσες μοίρες είναι οι γωνίες β , γ και δ . (Να εξηγήσετε αναλυτικά την απάντησή σας).



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 13

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Πότε δύο ρητοί αριθμοί ονομάζονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι;

B. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω αριθμοί είναι ομόσημοι ή ετερόσημοι:

i) -3, 2

ii) -1, -10

iii) 3, 1

Γ. Πότε δύο αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι και πότε αντίστροφοι; Να δώσετε από ένα παράδειγμα σε κάθε περίπτωση.

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να δώσετε τους ορισμούς της αμβλείας, της ορθής και της ευθείας γωνίας.

B. Να αντιστοιχίσετε κάθε γωνία της στήλης Α με το μέτρο της που βρίσκεται στη στήλη Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. Ορθή γωνία	α. 0°
2. Πλήρης γωνία	β. 1°
3. Ευθεία γωνία	Γ. 360°
4. Μηδενική γωνία	Δ. 180°
	ε. 90°

Γ. Τι ονομάζουμε διάμεσο ενός τριγώνου;

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$a = 3^3 + 23 + 5X(9 - 7) + 8^2 \quad \text{και} \quad b = (5X)^2 + 8X - 4X^2$$

A. Να δείξετε ότι $a = 124$ και $b = 56$.

B. Να εξετάσετε αν ο αριθμός $k = a + b$ διαιρείται συγχρόνως με το 2, με το 3, με το 5 και με το 9, όπου a και b οι αριθμοί του ερωτήματος (A).

Γ. Να βρείτε το Μ.Κ.Δ. $\frac{\zeta a}{84}, \frac{b \varphi}{4\psi}$, όπου a και b οι αριθμοί του ερωτήματος (A).

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$K = -2 - (5 - 3 + 8) - 10 - 2(-3 - 5), \quad L = 1(-3)X(-1) + (-2)X(+3) + X(-2) + 2, \quad M = \frac{(-1)X^{\zeta} + \frac{1}{2}X^{\varphi}}{\frac{3}{2}X^{\frac{2}{3}}}$$

A. Να δείξετε ότι:

$$K = -6, \quad L = 8 \quad \text{και} \quad M = -\frac{1}{2}$$

B. Να υπολογίσετε τις απόλυτες τιμές $\left| \frac{K}{L} \right|, \left| \frac{L}{K} \right|, |M|$ και να απλοποιήσετε τα κλάσματα που προκύπτουν μέχρι να γίνουν ανάγωγα.

Γ. Να διατάξετε τα κλάσματα του ερωτήματος (Β) από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο.

ΘΕΜΑ 3^ο

Α. Στο επόμενο σχήμα είναι $AB \parallel \Gamma\Delta$, $AB = B\Gamma$ και $\hat{\kappa} = 28^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{j}$, $\hat{\omega}$, $\hat{q}$ και $\hat{r}$.

Β. Να βρείτε:

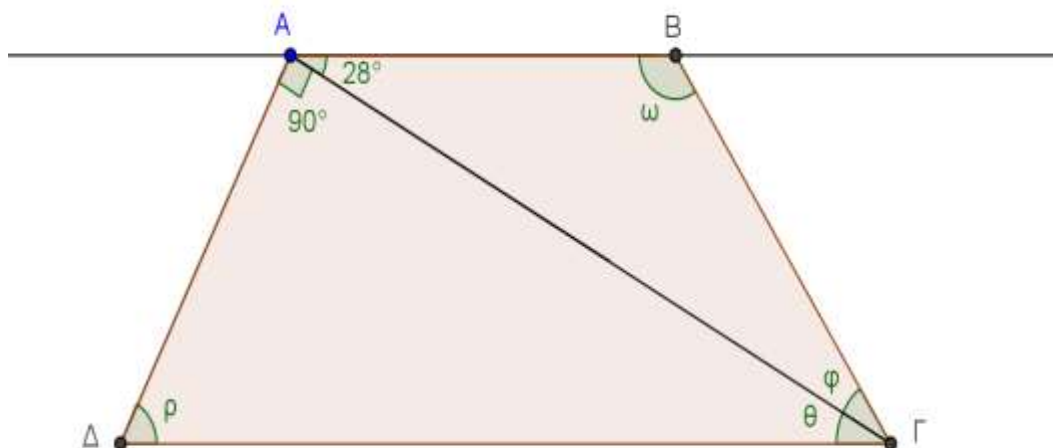
α. Τι είδους τρίγωνο είναι το $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του και ως προς τις γωνίες του;

β. Τι είδους τρίγωνο είναι το $A\Delta\Gamma$ ως προς τις γωνίες του;

Γ. Τι παρατηρείτε για τη διαγώνιο $A\Gamma$;

Δ. Να εξετάσετε αν οι γωνίες $\hat{\omega}$ και $\hat{r}$ είναι παραπληρωματικές.

Σε κάθε ερώτηση να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 14

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- Α. Ποια κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα; Να δώσετε ένα παράδειγμα.
- Β. Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίστροφοι; Να βρείτε τους αντίστροφους αριθμούς του 5 και του $\frac{2}{3}$
- Γ. Να συγκρίνετε, με όποιο τρόπο θέλετε, τα κλάσματα $\frac{3}{4}$ και $\frac{5}{6}$

ΘΕΜΑ 2^ο

- Α. Πότε δύο γωνίες λέγονται εφεξής και πότε παραπληρωματικές;
- Β. Η παραπληρωματική μιας οξείας γωνίας είναι αμβλεία, ορθή ή οξεία;
- (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)
- Γ. Να χαράξετε δύο παράλληλες ευθείες οι οποίες να απέχουν 4cm.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να υπολογίσετε τις τιμές των επόμενων παραστάσεων:

$$A = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} : \frac{1}{2} + \frac{2}{5} - \frac{1}{6} \times \frac{1}{11} \quad \text{και} \quad B = (-4 - 3) \times (+2) - (-5 - 7) \times (-3) + (4 \times 3 - 15)$$

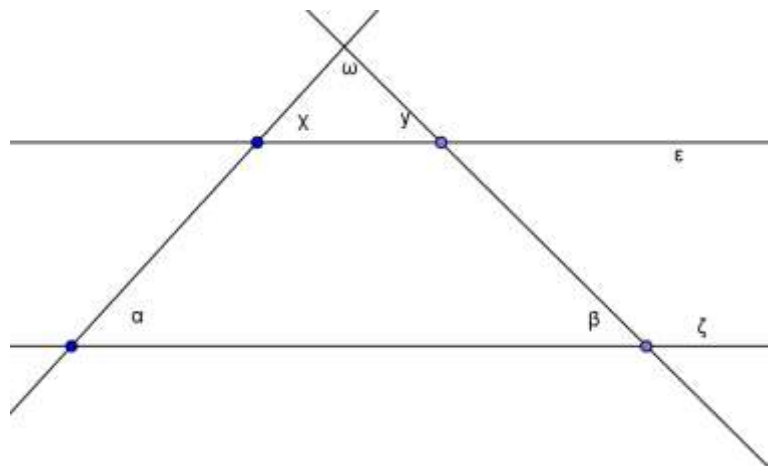
ΘΕΜΑ 2^ο

Μια τηλεόραση πωλείται 800€. Το Σεπτέμβρη, το κατάστημα την πουλά με έκπτωση 25%. Να βρείτε:

- A.** Σε τι ποσό ανέρχεται η έκπτωση.
B. Την τελική τιμή της τηλεόρασης μετά την έκπτωση.

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο παραπάνω σχήμα οι ευθείες e, z είναι παράλληλες, ενώ δίνονται οι γωνίες $\hat{a} = 40^\circ$ και $\hat{b} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{w}$ δικαιολογώντας τις απάντησεις σας.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 15

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A.** Ποια ποσά λέγονται ανάλογα;
- B.** Με ποια σχέση συνδέονται τα ποσά x και y όταν είναι ανάλογα;
- Γ.** Δύο ποσά x και y που συνδέονται με ποσοστιαία σχέση είναι ανάλογα;
- (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).

ΘΕΜΑ 2^ο

- A.** Τι ονομάζουμε μεσοκάθετο ενός ευθύγραμμου τμήματος; Ποια χαρακτηριστική ιδιότητα γνωρίζετε για τη μεσοκάθετο ενός ευθύγραμμου τμήματος;
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Μία ορθή γωνία είναι μεγαλύτερη από μία οξεία γωνία.
- β.** Κατακορυφήν γωνίες λέγονται εκείνες που έχουν κοινή κορυφή.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$K = (+8) + (-5), \quad \Lambda = \frac{1}{6} : \frac{2}{6}, \quad M = (1+2)^2 + 12 : 6 - 6$$

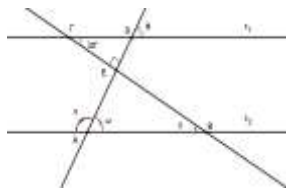
A. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων K , Λ και M .

B. Αν $K=3$, $\Lambda=\frac{1}{2}$ και $M=5$, να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης :

$$\Delta = \left| -\frac{K\Lambda + \frac{2}{3}}{\frac{5}{6}} \right| - M$$

ΘΕΜΑ 2^ο

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και τέμνονται από τις ευθείες ΓB και $A\Delta$. Αν οι γωνίες $\angle D\Gamma E=30^\circ$ και $\angle \Gamma E D=90^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες ϕ , x , y και ω . (Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



ΘΕΜΑ 3^ο

Σ' ένα κατάστημα η οθόνη ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή κοστίζει 300 €, η κεντρική του μονάδα τα διπλάσια από την τιμή της οθόνης και ο εκτυπωτής του το $\frac{1}{3}$ της τιμής της οθόνης του υπολογιστή. Επειδή οι πωλήσεις δεν ήταν ικανοποιητικές οι

υπεύθυνοι του καταστήματος αποφάσισαν να κάνουν στα παραπάνω τρία προϊόντα έκπτωση 30% .

A. Να βρείτε την αξία της κεντρικής μονάδας και του εκτυπωτή πριν την έκπτωση.

B. Να βρείτε τη συνολική έκπτωση των τριών παραπάνω προϊόντων .

Γ. Να βρείτε πόσο θα πληρώσουμε συνολικά (μετά την έκπτωση) για να αγοράσουμε τα

παραπάνω τρία προϊόντα αν επιβαρυνθούμε με 20% Φ.Π.Α ;

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 16

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1°

A. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα;

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. $\frac{a}{a} = 0 \quad (a \neq 0)$

β. $\frac{a}{1} = a$

γ. $a \times \frac{1}{a} = 1 \quad (a \neq 0)$

ΘΕΜΑ 2°

A. Να αναφέρετε τα είδη των τριγώνων:

α. ως προς τις πλευρές του και **β.** ως προς τις γωνίες του.

B. Να σχεδιάσετε ένα ισόπλευρο, και ένα ισοσκελές και να αναφέρετε για το καθένα 2 βασικές ιδιότητες τους.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

Από τους 180 μαθητές ενός σχολείου, το 70% ασχολείται με το ποδόσφαιρο. Τα $\frac{2}{3}$ των υπολοίπων ασχολείται με το μπάσκετ και οι υπόλοιποι με το τένις.

A. Πόσοι μαθητές παίζουν ποδόσφαιρο και πόσοι μπάσκετ;

Β. Ποιο το ποσοστό των μαθητών που ασχολείται με το τέννις;

ΘΕΜΑ 2^ο

Α. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$K = 7^2 \times 2 - 3^3 - 2^3 \times 4 - (46 - 1^5 \times 1)$$

Β. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$K^3 - 3K - 34, \text{ όπου } K \text{ η τιμή που βρήκατε στο ερώτημα (Α)}$$

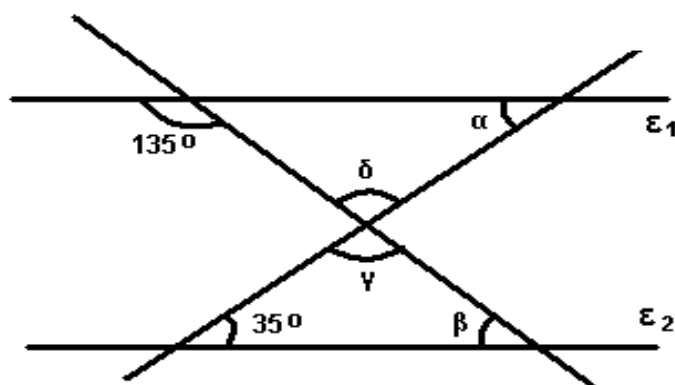
ΘΕΜΑ 3^ο

Στο επόμενο σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες . Να υπολογίσετε:

A1. Τις γωνίες α και β

A2. Τις γωνίες γ και δ .

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 17

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

Πότε ένας αριθμός διαιρείται:

- A. Με το 2
- B. Με το 5;

Να δοθεί από ένα παράδειγμα (ο αριθμός να είναι τριψήφιος).

ΘΕΜΑ 2^ο

Πότε δύο γωνίες ονομάζονται:

- A. Εφεξής
- B. Συμπληρωματικές
- Γ. Παραπληρωματικές;

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Αν στον παρακάτω πίνακα τα ποσά x και y είναι ανάλογα:

x	2	3		13
y	4		10	

A. Να βρεθεί ο συντελεστής αναλογίας.

B. Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα συμπληρωμένο στην κόλλα σας .

ΘΕΜΑ 2°

Να υπολογίσετε την τιμή της επόμενης αριθμητικής παράστασης:

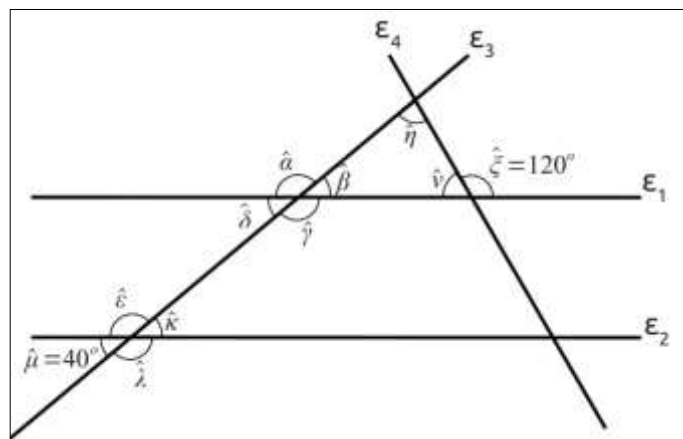
$$A = 7X(-8+10-5) - 10 + (2+3X^2 - 18)$$

ΘΕΜΑ 3°

Αν στο επόμενο σχήμα οι ευθείες e_1 και e_2 είναι παράλληλες:

A. Να βρείτε δύο (2) γωνίες που είναι εντός εναλλάξ και δύο (2) γωνίες που είναι εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη.

B. Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\eta}$



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 18

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ισοδύναμα ;

B. Πως συγκρίνουμε δύο ομώνυμα κλάσματα και πως συγκρίνουμε δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή ;

Γ. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (Α , Β ή Γ) στις επόμενες προτάσεις :

i) Αν $a > b$ τότε το κλάσμα $\frac{a}{b}$

Α: είναι μεγαλύτερο της μονάδας , Β: είναι μικρότερο της μονάδας , Γ: ισούται με 1

ii) Ο αντίστροφος του αριθμού $\frac{1}{2}$ είναι ο :

Α : 0,5 , Β : 1 , Γ : 2

iii) Το κλάσμα $\frac{2}{3}$ δεν είναι ισοδύναμο με το :

Α : $\frac{4}{6}$, Β : $\frac{6}{4}$, Γ : $\frac{10}{15}$

iv) Τα $\frac{3}{5}$ του αριθμού 150 είναι :

Α : 50 , Β : 60 , Γ : 90

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές, πότε συμπληρωματικές και πότε κατακορυφήν ;

B. Να σχεδιάσετε:

α. δύο εφεξής παραπληρωματικές γωνίες , **β.** δύο εφεξής συμπληρωματικές γωνίες και

γ. δύο κατακορυφήν γωνίες .

Γ. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης A με ένα μόνο στοιχείο της στήλης B, ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις ή προτάσεις :

ΣΤΗΛΗ A	ΣΤΗΛΗ B
Είδος γωνίας	Μέτρο γωνίας
A) Ορθή	1) Μικρότερο από 90°
B) Αμβλεία	2) Ίσο με 90°
Γ) Οξεία	3) Μεγαλύτερο από 90° και μικρότερο από 180°
Δ) Μη κυρτή	4) Ίσο με 180°

	5) Μεγαλύτερο από 180° και μικρότερο από 360°
--	--

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

A. Να υπολογίσετε τις τιμές των επόμενων παραστάσεων:

$$K = 4^2 - 2^4 \quad L = \frac{19}{3} - \frac{2}{3}X \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad M = 6 : \frac{3}{5} - \frac{3}{2}X \frac{14}{3} + \frac{4}{3}$$

B. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$D = \frac{\zeta}{\theta} L - \frac{11\varphi^2}{2\psi} - (K+1)^{2013} + \frac{\zeta}{\theta} M - \frac{10\varphi}{3\psi}^{2014}$$

, όπου τα K, Λ, M είναι οι τιμές των παραστάσεων στο ερώτημα (Α).

Γ. Να συγκρίνετε τα κλάσματα Λ και M και στη συνέχεια να βρείτε ένα φυσικό αριθμός που να βρίσκεται ανάμεσά τους.

ΘΕΜΑ 2°

Ένα κατάστημα αθλητικών ειδών την περίοδο των εκπτώσεων κάνει έκπτωση 25%.

Α. Μια φόρμα κόστιζε πριν τις εκπτώσεις 120€. Πόσο θα την αγοράσουμε την περίοδο των εκπτώσεων;

Β. Αγοράσαμε την περίοδο των εκπτώσεων, αθλητικά παπούτσια και πληρώσαμε 60€. Πόσο κόστιζαν πριν τις εκπτώσεις;

Γ. Στο ίδιο κατάστημα βρήκαμε σε ειδική προσφορά ένα ποδήλατο που κόστιζε 450€ και το αγοράσαμε τελικά 270€. Ποιο είναι το ποσοστό της έκπτωσης που κάνει το κατάστημα σ' αυτή την περίπτωση;

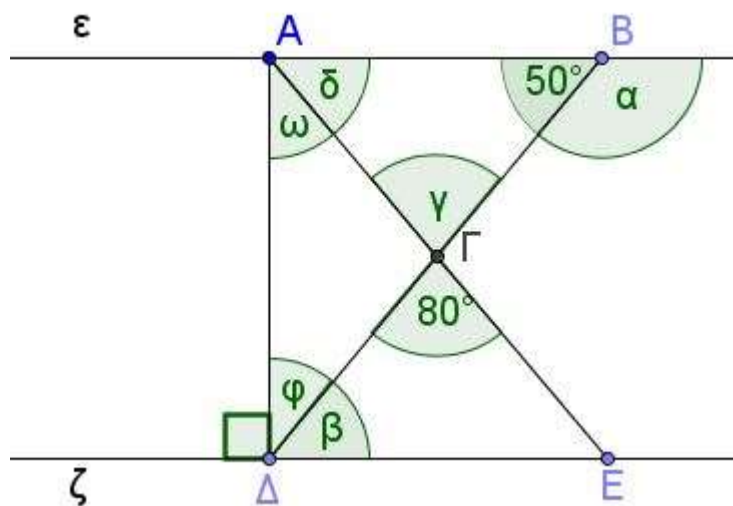
ΘΕΜΑ 3°

Έστω ε και ζ δύο παράλληλες ευθείες και $ΑΔ$ κάθετη στην $ΔΕ$, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.

Α. να υπολογίσετε τις γωνίες $\overset{\Omega}{a}$, $\overset{\Omega}{b}$ και $\overset{\Omega}{g}$ (αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας)

Β. να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{w}$, $\hat{j}$ και $\overset{\Omega}{d}$ (αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας)

Γ. να βρείτε τι είδους τρίγωνο είναι το $ΑΒΓ$ ως προς τις πλευρές του και το $ΑΒΔ$ ως προς τις γωνίες του.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 19

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, με την κατάλληλη σε κάθε περίπτωση λέξη, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

α. Οι αριθμοί με το ίδιο πρόσημο λέγονται

β. Η απόσταση του σημείου με το οποίο αναπαριστάνεται ένας ρητός αριθμός από την αρχή του άξονα λέγεται του αριθμού και είναι πάντα

γ. Από δύο αρνητικούς ρητούς αριθμούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει την απόλυτη τιμή.

Β. α. Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίθετοι και πώς συμβολίζεται ο αντίθετος του x ;

β. Να συμπληρώσετε στην κόλλα σας τον επόμενο πίνακα:

Αριθμός	4			-15	
Αντίθετος					7
Απόλυτη τιμή		2			

ΘΕΜΑ 2^ο

Α. Πότε δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές;

Β. Να αντιστοιχίσετε στην κόλλα σας, το γράμμα της στήλης Α με τον αριθμό της στήλης Β, ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις ή προτάσεις.

ΣΤΗΛΗ Α (είδος γωνίας)	ΣΤΗΛΗ Β (Χαρακτηριστικά γωνιών)
------------------------	---------------------------------

α. Ορθή γωνία	1. Το μέτρο της είναι 360°
β. Πλήρης γωνία	2. Οι πλευρές της είναι αντικείμενες ημιευθείες
γ. Οξεία γωνία	3. Οι πλευρές της είναι κάθετες ημιευθείες.
δ. Ευθεία γωνία	4. Το μέτρο της είναι μικρότερο από 90°

Γ. Σε ποια από τα επόμενα σχήματα οι σημειωμένες γωνίες είναι εφεξής;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$a = 2 \times (7 - 3) + 20 : 5, \quad b = 2^3 + (5^2 + 7) : 4$$

A. Να αποδείξετε ότι $a = 12$ και $b = 16$.

Β. Να βρείτε το $\text{ΕΚΡ}(a, b)$ και τον $\text{ΜΚΔ}(a, b)$ όπου a, b τα αποτελέσματα του από το ερώτημα (Α)

Γ. Δίνεται ο διπλανός πίνακας

x	2	3	4	6
y	24	β	α	8

όπου a, b τα αποτελέσματα

του (Α) ερωτήματος.

Να αποδείξετε ότι αυτός είναι πίνακας αντιστρόφως ανάλογων ποσών.

ΘΕΜΑ 2°

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$K = \frac{2}{3} + \frac{5}{6} - 1, \quad \Lambda = \frac{\zeta 2}{\eta 5} + \frac{3 \varphi}{\theta 10} : \frac{\zeta 37}{\eta 10} - \frac{1 \varphi}{5 \psi} \quad \text{και} \quad M = \frac{2X \frac{1}{4}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{8}}$$

Α. Να αποδείξετε ότι $K = \frac{1}{2}$ και $\Lambda = \frac{1}{5}$

Β. Να υπολογίσετε την παράσταση M .

Γ. Να συγκρίνετε τις τιμές K, Λ και να μετατρέψετε την τιμή M σε ποσοστό επί τοις εκατό.

ΘΕΜΑ 3°

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και

το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ορθογώνιο

με $\hat{\text{Α}} \hat{\text{Δ}} \hat{\text{Γ}} = 90^\circ$.

A. Να υπολογίσετε τις γωνίες:

$\hat{\kappa}$, $\hat{\lambda}$, $\hat{\mu}$, δικαιολογώντας τις
απαντήσεις σας.

B. α. Να αποδείξετε ότι $B\Gamma \perp \varepsilon_2$

(δηλαδή $\hat{\Delta BE} = 90^\circ$).

β. Να βρείτε το είδος

του τριγώνου $AB\Gamma$ ως

προς τις γωνίες του.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 20

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά με τις κατάλληλες λέξεις, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

α. Από δυο ομώνυμα κλάσματα, μεγαλύτερο είναι αυτό που έχει αριθμητή.

β. Από δυο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή, μεγαλύτερο είναι αυτό που έχει παρονομαστή.

Β. Να συμπληρώσετε με « > » , « < » ή « = » τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις:

$$\frac{5}{6} \dots \frac{4}{6}, \quad \frac{7}{3} \dots \frac{7}{5}, \quad \frac{10}{8} \dots \frac{15}{12}.$$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν $\frac{a}{b} = \frac{g}{d}$, τότε $a \times d = b \times g$

β. $\frac{a}{g} + \frac{b}{g} = \frac{a+b}{g}$

γ. $\frac{a}{b} = \frac{l \times a}{l \times b}$

δ. $\frac{a}{b} : \frac{g}{d} = \frac{a \times d}{b \times g}$

ΘΕΜΑ 2°

Α. Ποια είναι τα είδη των τριγώνων ως προς τις πλευρές; (ονομαστικά)

Β. Ποια είναι τα είδη των τριγώνων ως προς τις γωνίες; (ονομαστικά)

Γ. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά με τις κατάλληλες λέξεις, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

α. Σε κάθε τρίγωνο το τωντου είναι 180° .

β. Οι προσκείμενες γωνίες στη ισοσκελούς τριγώνου είναι

γ. Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει την κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς λέγεται

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

A. Να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των επόμενων παραστάσεων:

$$K = 2 \times 3^2 - 40 : 5 + 2 \times (5^2 - 100 : 4) , \quad L = 6 \times \frac{36}{14} - \frac{2}{7} : \frac{2}{4}$$

B. Να υπολογίσετε το $\text{EKP}(K, L)$ και τον $\text{ΜΚΔ}(K, L)$, όπου K και L οι τιμές των παραστάσεων που βρήκατε στο ερώτημα (A).

ΘΕΜΑ 2°

Ένας μαθητής πήγε για ψώνια έχοντας μαζί του 60 €. Έδωσε το $\frac{1}{4}$ των χρημάτων του για ένα βιβλίο. Αγόρασε και μια φόρμα γυμναστικής που έκανε (αρχική τιμή) 40 €, με έκπτωση 20%. Να βρείτε:

A. Πόσα χρήματα έδωσε για το βιβλίο;

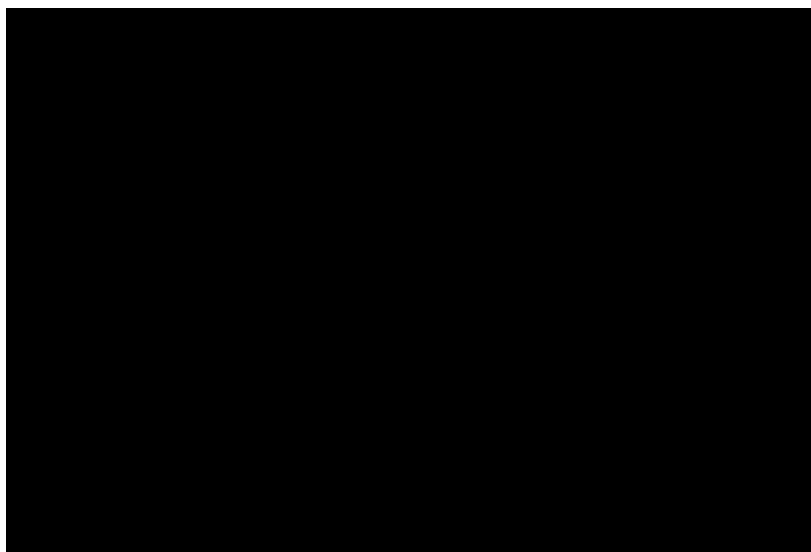
B. Πόσα χρήματα ήταν η έκπτωση της φόρμας;

Γ. Πόσα χρήματα του έμειναν;

ΘΕΜΑ 3°

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες και τέμνονται από τις ευθείες ζ και η . Αν οι γωνίες $a = 65^\circ$ και $g = 85^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες β, δ, φ και ω .

(Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 21

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1°

Α. Τι ονομάζουμε ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών ;

Β. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις και να συμπληρώσετε τα κενά , ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις :

α. Αν Δ και δ δύο φυσικοί αριθμοί τότε υπάρχουν δύο άλλοι φυσικοί αριθμοί π, υ έτσι ώστε να ισχύει: $\Delta = \dots\dots\dots$ όπου το $\dots\dots < \dots\dots$.

β. Ο $\dots\dots\dots$ μιας διαίρεσης δεν μπορεί να είναι 0.

γ. Όταν $\Delta = \delta$ τότε $\pi = \dots\dots$

δ. Όταν $\delta = 1$ τότε $\pi = \dots\dots$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Κάθε φυσικός αριθμός διαιρείται από τα πολλαπλάσιά του.

β. Κάθε φυσικός αριθμός α έχει διαιρέτες τους αριθμούς 1 και α .

ΘΕΜΑ 2^ο

Α. Τι ονομάζεται παραλληλόγραμμο ; Να σχεδιάσετε ένα παραλληλόγραμμο.

Β. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις και να συμπληρώσετε τα κενά , ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις :

α. Σε κάθε παραλληλόγραμμο το σημείο τομής των διαγωνίων του είναι $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$ του.

β. Οι διαγώνιες του παραλληλογράμμου $\dots\dots\dots$

γ. Οι απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου είναι $\dots\dots\dots$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Κάθε διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου είναι διχοτόμος και ύψος.

β. Οι προσκείμενες στη βάση γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες.

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να βρείτε τη τιμή των παραστάσεων :

$$K = (2+5)^2 + (4-3)^{2014} + 24:2 \quad \text{και} \quad L = [(-5) \times \frac{-3}{25} - (+2):(+5)] \times 80$$

B. Αν $K=60$ και $L=36$, να βρείτε τον $\text{ΜΚΔ}(K, L)$, το $\text{ΕΚΠ}(K, L)$ και την τιμή της παράστασης $|K|+|-L|$.

ΘΕΜΑ 2°

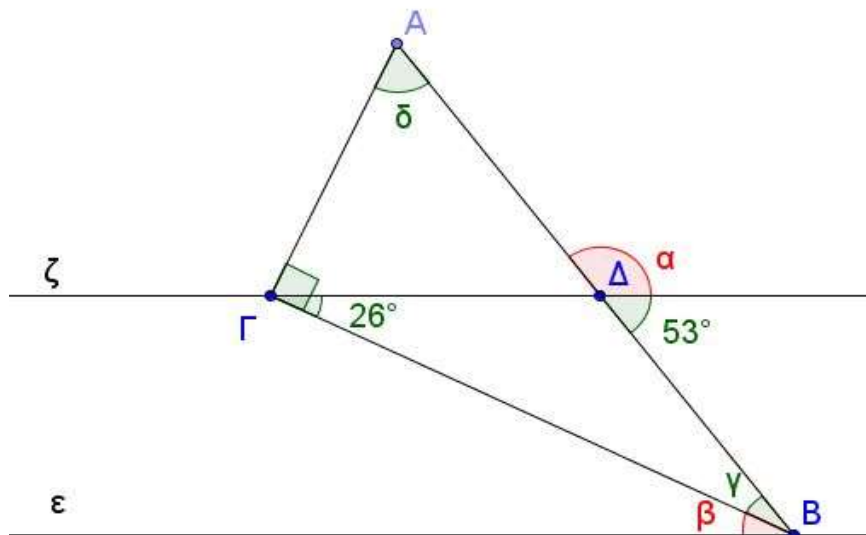
Στο επόμενο σχήμα οι ευθείες ε και ζ είναι παράλληλες καθώς και

$$\angle ACB = 90^\circ$$

Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β ,

γ και δ

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



ΘΕΜΑ 3°

Σε ένα κτήμα φυτέψαμε το $\frac{1}{5}$ με κολοκύθια το 10% με ντομάτες και τα $\frac{4}{35}$ του υπολοίπου με πιπεριές. Να υπολογίσετε :

A. Τι μέρος του κτήματος φυτέψαμε κολοκύθια και ντομάτες μαζί .

B. Τι μέρος του κτήματος φυτέψαμε πιπεριές.

Γ. Τι ποσοστό του κτήματος έμεινε χωρίς να φυτέψουμε.

Δ. Αν η επιφάνεια που φυτέψαμε τα κολοκύθια είναι 100 m^2 πόσα m^2 είναι όλο το κτήμα;

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 22

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Τι λέγονται ανάλογα ποσά ;

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ο χρόνος και η αμοιβή ενός εργαζομένου είναι ποσά ανάλογα.

β. Η ηλικία και το βάρος ενός βρέφους είναι ποσά ανάλογα.

γ. Η ταχύτητα ενός αυτοκινήτου και ο χρόνος που απαιτείται για να διανύσει μια ορισμένη διαδρομή είναι ποσά ανάλογα.

δ. Η περίμετρος και η πλευρά ενός τετραγώνου είναι ποσά ανάλογα.

ε. Ο αριθμός των εργατών και ο χρόνος που απαιτείται για να ολοκληρώσουν ένα έργο είναι ποσά ανάλογα.

Γ. Να αντιγράψετε στην κόλλα σας το παρακάτω κείμενο και να συμπληρώσετε τα κενά ,ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

α. Αν x και y είναι οι αντίστοιχες τιμές δύο ανάλογων ποσών, τότε ο λόγος $\frac{x}{y}$ είναι πάντα ο ----- αριθμός .

β. Η σχέση που συνδέει τα ανάλογα ποσά x και y με συντελεστή αναλογίας α είναι ----- .

γ. Τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη τιμών (x, y) δύο ανάλογων ποσών βρίσκονται πάνω σε μία ----- με αρχή το σημείο - $(-, -)$.

ΘΕΜΑ 2°

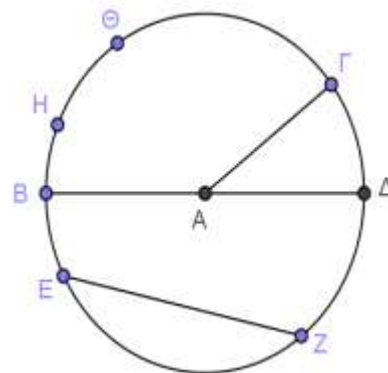
A. Να ονομάσετε τα στοιχεία του κύκλου:

AΓ, EZ, BΔ, ΗΘ, όπως φαίνονται στο παραπάνω σχήμα

B. Να δώσετε τους ορισμούς

α. Κυκλικός δίσκος .

β. Διάμετρος κύκλου .



Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. η ακτίνα ενός κύκλου είναι διπλάσια της διαμέτρου.

β. δύο κύκλοι με ακτίνες άνισες είναι ίσοι.

γ. ένα σημείο που απέχει από το κέντρο του κύκλου όσο η ακτίνα του κύκλου βρίσκεται στο κυκλικό δίσκο του.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

Ο Γιάννης τις εργάσιμες ημέρες διαθέτει το $\frac{1}{4}$ του 24ωρου στο σχολείο, το $\frac{1}{3}$ για ύπνο και το $\frac{1}{8}$ για διάβασμα. Ο υπόλοιπος χρόνος του, είναι ελεύθερος.

A. Να υπολογίσετε το άθροισμα $K = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$ και να εκφράσετε με κλάσμα τον ελεύθερο χρόνο του.

B. Να γράψετε σε φθίνουσα σειρά τα τέσσερα κλάσματα που αντιστοιχούν σε κάθε μία από τις παραπάνω δραστηριότητες.

Γ. Να υπολογίσετε πόσες ώρες είναι στο σχολείο, πόσες κοιμάται, πόσες διαβάζει και πόσες ώρες είναι ο ελεύθερος χρόνος του.

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$K = (-5) + (-2)$$

$$L = (-8) + (+13)$$

$$M = (+17) + (-14) + (-6)$$

$$N = (+19) + (+2014) + (-23) + (-2014) + 0$$

A. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις K, L, M, N

B. Να υπολογίσετε τους αριθμούς:

$$-K, -N, -(-N), |K|, |L|, |M|, |N+M|$$

Γ. Να τοποθετήσετε στον άξονα $x'Ox$ τα σημεία με τετμημένες τους αριθμούς :

$$-K, -N, -(-N), |K|, |L|, |M|, |N+M|$$

Ποιοι από τους αριθμούς αυτούς είναι αντίθετοι;

ΘΕΜΑ 3°

Στο παραπάνω σχήμα δίνονται:

$\Gamma\Delta \parallel AB$, η γωνία $\hat{C}ED=63^\circ$, $\hat{CDB}=100^\circ$ και η $\hat{CBD}=43^\circ$

A. Να υπολογίσετε τις γωνίες ϕ , χ , ω

B. Να υπολογίσετε τις γωνίες ν , κ , μ

Γ. Να βρείτε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις γωνίες του και ως προς τις πλευρές του.

(Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.)

